CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-200**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

TEST DIAGNOSTYCZNY

TERMIN: **marzec 2021 r.**
CZAS PRACY: **do 210 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią.

EMAP-R0-**200**-2103

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 33 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.

4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
5. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
6. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na kolejnych stronach.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Liczba $\log_2 9$ jest równa

A. $\frac{1}{\log_3 4}$

B. $\log_3 4$

C. $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$

D. $\log_3 \sqrt{2}$

Zadanie 2. (1 pkt)

Dane są dwie urny z kulami. W pierwszej urnie jest 10 kul: 8 białych i 2 czarne, w drugiej jest 8 kul: 5 białych i 3 czarne. Wylosowanie każdej z urn jest jednakowo prawdopodobne. Wylosowano jedną z tych urn i wyciągnięto z niej losowo jedną kulę. Wyciągnięta kula była czarna. Prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula pochodziła z pierwszej z tych urn, jest równe

A. $\frac{2}{18}$

B. $\frac{15}{23}$

C. $\frac{8}{23}$

D. $\frac{5}{18}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 3. (1 pkt)

Prosta dana równaniem $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 5$ w punkcie

A. $(-1, 6)$

B. $(0, 5)$

C. $(1, 5)$

D. $(2, 3)$

Zadanie 4. (1 pkt)

Liczba x jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Liczba y jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Wynika stąd, że liczba $x - y$ jest równa

A. 0

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

D. 3

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 5. (2 pkt)

Oblicz, ile jest liczb dziesięciocyfrowych takich, że suma cyfr w każdej z tych liczb jest równa 13 i żadna cyfra nie jest zerem.

W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (3 pkt)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x większej od 2 i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność:

$$5x^2 - 6xy + 3y^2 - 2x - 4 > 0$$

Zadanie 7. (4 pkt)

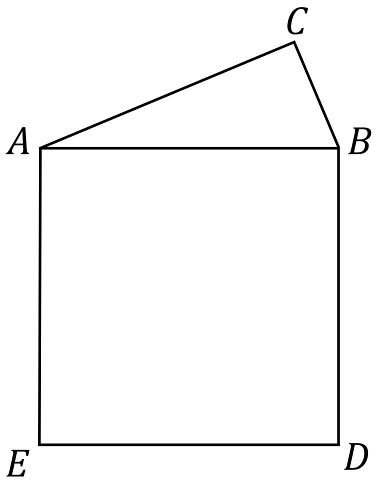
Rozwiąż równanie:

$$\sin\left(x+\frac{1}{4}\pi\right)\cdot\cos\left(x+\frac{1}{4}\pi\right)=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Odpowiedź: ....

Zadanie 8. (4 pkt)

Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC zbudowano kwadrat $ABDE$ (zobacz rysunek). Stosunek pola trójkąta do pola kwadratu jest równy k.



Wykaż, że suma tangensów kątów ostrych tego trójkąta jest równa $\frac{1}{2k}$.

Zadanie 9. (4 pkt)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o promieniu $R = 5\sqrt{2}$. Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10. Kąty wewnętrzne BAD i ADC czworokąta $ABCD$ są ostre, a iloczyn sinusów wszystkich jego kątów wewnętrznych jest równy $\frac{3}{8}$. Oblicz miary kątów wewnętrznych tego czworokąta.

Odpowiedź: ....

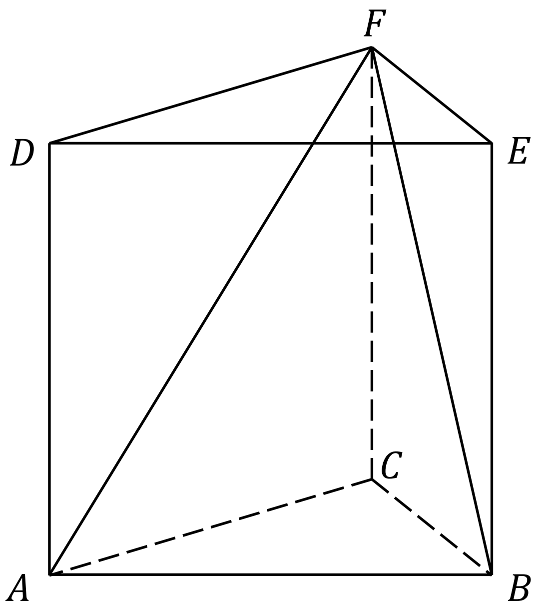
Zadanie 10. (4 pkt)

Reszty z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 + bx^3 + cx^2$ przez dwumiany $(x-2)$ i $(x-3)$ są odpowiednio równe (-8) oraz (-18). Oblicz resztę z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(x-4)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (4 pkt)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$. Krawędź podstawy tego graniastosłupa ma długość 4, a wysokość graniastosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).



Oblicz sinus kąta AFB.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (5 pkt)

Czterowyrazowy ciąg (a, b, c, d) jest rosnący i arytmetyczny. Kwadrat największego wyrazu tego ciągu jest równy podwojonej sumie kwadratów pozostałych wyrazów tego ciągu. Ponadto ciąg $(a + 100, b, c)$ jest geometryczny. Oblicz wyrazy ciągu (a, b, c, d).

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (5 pkt)

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach: $y = x + b$, $y = x + 2b$, $y = b$, $y = 2$, gdzie liczba rzeczywista b spełnia warunki: $b \neq 2$ i $b \neq 0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru b, dla których pole tego równoległoboku jest równe 1.

Odpowiedź: ....

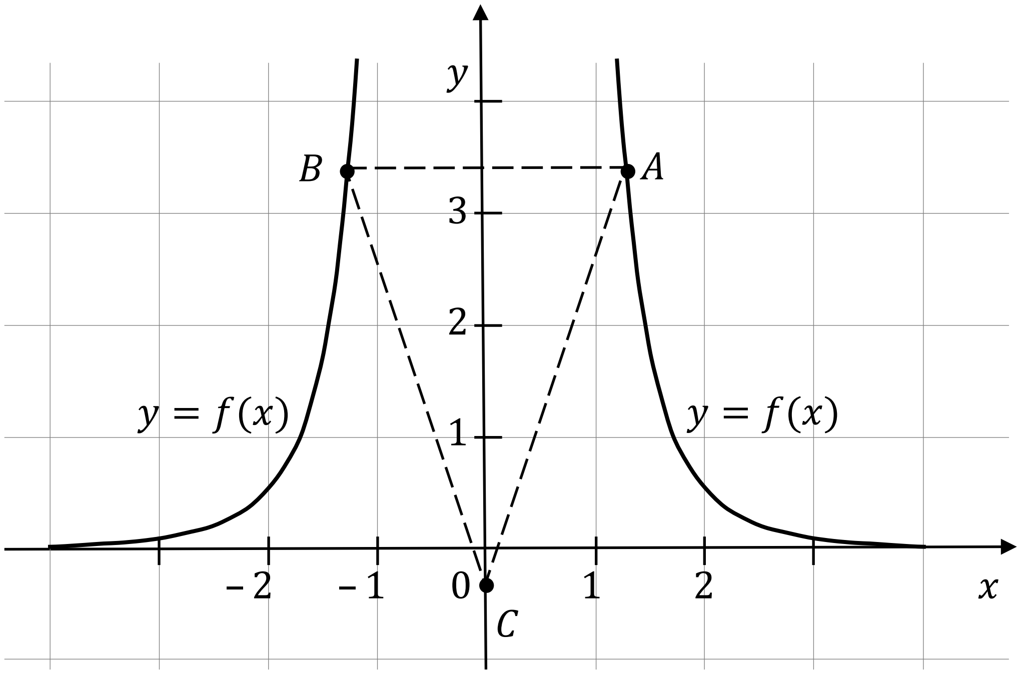
Zadanie 14. (5 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których równanie $x^2 - 2ax + a^3 - 2a = 0$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (6 pkt)

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC, których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{9}{x^4}$ dla $x \neq 0$. Punkt C ma współrzędne $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$, a punkty A i B są położone symetrycznie względem osi Oy (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołków A i B, dla których pole trójkąta ABC jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.



<u>Możesz kontynuować na następnej stronie.</u>

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)