CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Próbny egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	MFAP-R0-100
Termin egzaminu:	13 stycznia 2026 r.
Data publikacji dokumentu:	14 stycznia 2026 r.

Ogólne zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych z fizyki

1. Jeżeli zdający poprawnie rozwiązał zadanie (użył poprawnej metody, uwzględnił warunki zadania, otrzymał poprawny wynik) metodą, której nie uwzględniały zasady oceniania (chodzi o jakościowo inną metodę – np. użycie prawa / wzoru / twierdzenia / metody rachunkowej spoza podstawy programowej – a nie o metodę równoważną tym w zasadach oceniania), to otrzymuje maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli zdający poda w wyniku końcowym wartość wielkości fizycznej bez jednostki lub z błędną jednostką, to nie spełnia warunków określonych w zasadach oceniania na maksymalną liczbę punktów.
3. Ocenie podlegają te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia.
4. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych rozwiązań i nie wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
5. Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania zdający podaje kilka sprzecznych rozwiązań i wskazuje, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
6. Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania zdający popełnia błąd rachunkowy (albo błąd przepisania wartości z danych albo wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne metody rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
7. Jeżeli w poleceniu jest dyspozycja o zapisaniu wyniku zaokrąglonego do pewnej liczby cyfr znaczących, to oznacza, że wynik musi być podany w postaci rozwinięcia dziesiętnego liczby i z określonym w poleceniu zaokrągleniem. Jeżeli w zadaniu z takim poleceniem zdający przedstawia wynik w postaci ułamka zwykłego, lub w postaci z występującym π lub np. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ albo podaje wynik ze zbyt dużą lub zbyt małą liczbą cyfr znaczących – to nie otrzymuje maksymalnej liczby punktów.
8. Wszelkie wzory / związki / zależności / relacje między wielkościami mogą być równoważnie zapisane za pomocą symboli lub za pomocą liczb, które to liczby są wartościami wielkości występujących w tych wzorach / związkach / zależnościach / relacjach.
9. Jeżeli w zasadach oceniania danego etapu rozwiązania wymienione jest, że zdający korzysta / uwzględnia / zapisuje dane związki / zależności / prawa / wzory, to mogą być one zapisane oddzielnie, albo nawet w jednym równaniu (o ile to możliwe).

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Gdy wymaganie dotyczy treści szkoły podstawowej, dopisano (SP), a gdy dotyczy zakresu podstawowego szkoły ponadpodstawowej – dopisano (P).

Zadanie 1.1. (0–1)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymagania ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.6) wyznacza […] wartość przyśpieszenia […] w ruchu jednostajnie zmiennym na podstawie danych zawartych w postaci […] wykresów; II.14) posługuje się pojęciem pędu i jego jednostką […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 1.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.5) sporządza i interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.14) posługuje się pojęciem pędu i jego jednostką; interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu, siłą wypadkową i czasem działania tej siły wypadkowej.

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia (Dz.U. z 2024 r. poz. 1019).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B1

Zadanie 1.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.5) sporządza i interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.12) wyznacza graficznie siłę wypadkową dla sił działających w dowolnych kierunkach na płaszczyźnie; II.14) posługuje się pojęciem pędu i jego jednostką; interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu, siłą wypadkową i czasem działania tej siły wypadkowej.

Zasady oceniania[2]

3 pkt – poprawna metoda obliczenia wartości siły $\vec{F}_4$ **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $F_4 = 35\ \mathrm{N}$

2 pkt – poprawne uwzględnienie zwrotu siły wypadkowej **oraz** zapisanie poprawnego wyrażenia na wartość siły wypadkowej (albo na współrzędną siły wypadkowej), **oraz** zapisanie poprawnego równania wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu ciała $\mathcal{C}$ od chwili $t = 8\ s$ do chwili $t\ = 12\ s$, wiążącego siłę wypadkową ze zmianą pędu w czasie, **oraz** poprawne określenie zmiany pędu i interwału czasu tej zmiany pędu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{|\Delta p_x|}{\Delta t} = F_4 - F_3 \quad \text{oraz} \quad \frac{|\Delta p_x|}{\Delta t} = \frac{|10 - 70|}{12 - 8}\ \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s \cdot s}}$$

albo (na współrzędnych)

$$\frac{\Delta p_x}{\Delta t} = F_3 - F_4 \quad \text{oraz} \quad \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{-60}{4}\ \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s \cdot s}}$$

1 pkt – poprawne uwzględnienie zwrotu siły wypadkowej **oraz** zapisanie poprawnego wyrażenia na wartość siły wypadkowej (albo na współrzędną siły wypadkowej), np. zapisy równoważne poniższym:

$F_{w2} = F_4 - F_3$ albo $F_{x\,w2} = F_3 - F_4$ albo $F_{x\,w2} = -|F_4 - F_3|$

LUB

[2] Pod opisem warunków za przyznanie punktów w niektórych przypadkach podano przykładowe zapisy (lub przykładowe zapisy równoważne), które spełniają te warunki w minimalnym stopniu.

– zapisanie poprawnego równania wyrażającego II zasadę dynamiki dla ruchu ciała C od chwili $t = 8$ s do chwili $t = 12$ s, wiążącego siłę wypadkową ze zmianą pędu w czasie **oraz** poprawne określenie zmiany pędu i interwału czasu tej zmiany pędu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{|\Delta p_x|}{\Delta t} = F_{w2} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{|\Delta p_x|}{\Delta t} = \frac{|10-70|}{12-8}\ \frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s\cdot s}}$$

albo (na współrzędnych)

$$\frac{\Delta p_x}{\Delta t} = F_{x\,w2} \qquad \text{oraz} \qquad \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{-60}{4}\ \frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s\cdot s}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania[3]

Sposób 1. (z równania II zasady dynamiki na wartościach wielkości wektorowych)

Określimy zwrot siły wypadkowej $\vec{F}_{w2}$. Od chwili $t = 8$ s do $t = 12$ s ciało C hamuje, a zatem zwrot siły wypadkowej $\vec{F}_{w2}$ jest przeciwny do zwrotu osi x. Wartość tej siły wypadkowej wyraża się przez wartości sił $\vec{F}_3$ i $\vec{F}_4$ następująco:

$$1) \qquad F_{w2} = F_4 - F_3$$

Zapiszemy równanie wyrażające II zasadę dynamiki dla ruchu ciała C od chwili $t = 8$ s do chwili $t = 12$ s, wiążące siłę wypadkową ze zmianą pędu w czasie. Równanie wektorowe zapiszemy na wartościach wektorów:

$$2) \qquad \frac{|\Delta p_x|}{\Delta t} = F_{w2}$$

gdzie:

$$3) \qquad \frac{|\Delta p_x|}{\Delta t} = \frac{|10-70|\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{(12-8)\ \mathrm{s}} = \frac{60}{4}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 15\ \mathrm{N}$$

Z równań 1), 2) i 3) oraz z danych zadania wynika, że:

$$4a) \quad 15\ \mathrm{N} = F_4 - F_3 \qquad \text{zatem} \qquad 4b) \quad 15\ \mathrm{N} = F_4 - 20\ \mathrm{N} \quad \rightarrow$$

$$4c) \quad F_4 = 35\ \mathrm{N}$$

Sposób 2. (z równania II zasady dynamiki na współrzędnych wielkości wektorowych)

Współrzędna siły wypadkowej wyraża się poprzez wartości sił $\vec{F}_3$ i $\vec{F}_4$ następująco:

$$1) \qquad F_{x\,w2} = F_{x\,3} + F_{x\,4} = F_3 + (-F_4) = F_3 - F_4$$

Zapiszemy równanie wyrażające II zasadę dynamiki dla ruchu ciała C od chwili $t = 8$ s do chwili $t = 12$ s, wiążące siłę wypadkową ze zmianą pędu w czasie. Równanie wektorowe zapiszemy na współrzędnych wektorów i ich zmian:

$$2) \qquad \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = F_{x\,w2}$$

[3] Przykładowe rozwiązania mogą zawierać dodatkowe wyjaśnienia/komentarze, które nie podlegają ocenie. Wymagane elementy rozwiązania zdającego podlegające ocenie są wyszczególnione i opisane w kryteriach punktacji zasad oceniania. Dodatkowe komentarze w rozwiązaniu zamieszczono w celach dydaktycznych.

gdzie:

$$3)\quad \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{(10-70)\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{(12-8)\ \mathrm{s}} = \frac{-60}{4}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = -15\ \mathrm{N}$$

Z równań 1), 2) i 3) oraz z danych zadania wynika, że:

$4\mathrm{a})\quad -15\ \mathrm{N} = F_3 - F_4$ zatem $4\mathrm{b})\quad -15\ \mathrm{N} = 20\ \mathrm{N} - F_4 \quad \rightarrow$

$4\mathrm{c})\quad F_4 = 35\ \mathrm{N}$

Zadanie 1.4. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.5) sporządza i interpretuje wykresy zależności parametrów ruchu od czasu; II.6) wyznacza […] drogę w ruchu […] jednostajnie zmiennym na podstawie danych zawartych w postaci tabel i wykresów; II.14) posługuje się pojęciem pędu i jego jednostką […].

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia drogi, jaką ciało przebyło od chwili $t_0 = 0$ do chwili $t = 12$ s, **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką:

$s = 140\ \mathrm{m}$

1 pkt – poprawna metoda obliczenia drogi całkowitej, tzn. zastosowanie poprawnych równań na drogę w ruchu jednostajnie przyśpieszonym i drogę w ruchu jednostajnie opóźnionym (z uwzględnieniem prędkości początkowych i z odróżnieniem wartości przyśpieszeń w obu ruchach), **oraz** dodanie obu dróg, np. zapisy równoważne poniższym:

$$s_1 = v_{p1}t_1 + \frac{1}{2}a_1t_1^2 \qquad s_2 = v_{p2}t_2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2 \qquad s = s_1 + s_2$$

albo

$$s_1 = \frac{1}{2}(v_{p1} + v_{k1})t_t \qquad s_2 = \frac{1}{2}(v_{p2} + v_{k2})t_2 \qquad s = s_1 + s_2$$

LUB

– zastosowanie metody pola pod wykresem zależności prędkości od czasu (droga jako pole pod wykresem pędu od czasu podzielone przez masę ciała) **oraz** poprawny sposób obliczenia pola, np. zapisy równoważne poniższym:

$$s = \textbf{\textit{pole pod}}\ v_x(t) = \frac{1}{m}\cdot\textbf{\textit{pole pod}}\ p_x(t)$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1a.
Wykorzystamy wzory na drogę w ruchu jednostajnie przyśpieszonym oraz w ruchu jednostajnie opóźnionym:

$$s_1 = v_{p1}t_1 + \frac{1}{2}a_1 t_1^2 \qquad s_2 = v_{p2}t_2 - \frac{1}{2}a_2 t_2^2$$

Wykorzystamy wzory na <u>wartości</u> przyśpieszeń w ruchu jednostajnie przyśpieszonym i w ruchu jednostajnie opóźnionym:

$$a_1 = \frac{v_{k1} - v_{p1}}{t_1} \qquad a_2 = \frac{v_{p2} - v_{k2}}{t_2}$$

Podstawimy powyższe zależności do wzorów na drogi:

$$s_1 = v_{p1}t_1 + \frac{1}{2}\frac{v_{k1} - v_{p1}}{t_1}t_1^2 = v_{p1}t_1 + \frac{1}{2}(v_{k1} - v_{p1})t_1 = \frac{1}{2}(v_{p1} + v_{k1})t_1$$

$$s_2 = v_{p2}t_2 - \frac{1}{2}\frac{v_{p2} - v_{k2}}{t_2}t_2^2 = v_{p2}t_2 - \frac{1}{2}(v_{p2} - v_{k2})t_2 = \frac{1}{2}(v_{p2} + v_{k2})t_2$$

Wykorzystamy dane odczytane z wykresu i wykonamy obliczenia. Wykorzystamy też związek między pędem a prędkością:

$$s_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{p_{x\,p1}}{m} + \frac{p_{x\,k1}}{m}\right)t_1 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{30}{4} + \frac{70}{4}\right)\cdot 8\ \mathrm{m} = 100\ \mathrm{m}$$

$$s_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{p_{x\,p2}}{m} + \frac{p_{x\,k2}}{m}\right)t_2 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{70}{4} + \frac{10}{4}\right)\cdot 4\ \mathrm{m} = 40\ \mathrm{m}$$

Zatem droga całkowita wynosi:

$$s = s_1 + s_2 = 140\ \mathrm{m}$$

Sposób 1b.
Wykorzystamy równania na drogę w ruchu jednostajnie przyśpieszonym oraz w ruchu jednostajnie opóźnionym:

$$s_1 = v_{p1}t_1 + \frac{1}{2}a_1 t_1^2 \qquad s_2 = v_{p2}t_2 - \frac{1}{2}a_2 t_2^2$$

Obliczymy <u>wartości</u> przyśpieszeń w ruchu jednostajnie przyśpieszonym i w ruchu jednostajnie opóźnionym. Wykorzystamy też związek między pędem a prędkością :

$$a_1 = \frac{v_{k1} - v_{p1}}{t_1} = \frac{1}{m}\frac{p_{x\,k1} - p_{x\,p1}}{t_1} = \frac{1}{4}\cdot\frac{70-30}{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1{,}25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$a_2 = \frac{v_{p2} - v_{k2}}{t_2} = \frac{1}{m}\frac{p_{x\,p2} - p_{x\,k2}}{t_2} = \frac{1}{4}\cdot\frac{70-10}{4}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 3{,}75\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Podstawimy powyższe wartości do wzorów na drogi:

$$s_1 = \left(\left(\frac{30}{4}\right)\cdot 8 + \frac{1}{2}\cdot 1{,}25\cdot 8^2\right)\ \mathrm{m} = 100\ \mathrm{m}$$

$$s_2 = \left(\left(\frac{70}{4}\right)\cdot 4 - \frac{1}{2}\cdot 3{,}75\cdot 4^2\right)\ \mathrm{m} = 40\ \mathrm{m}$$

Zatem droga całkowita wynosi:

$$s = s_1 + s_2 = 140\ \mathrm{m}$$

Sposób 2.

Zastosujemy metodę pola. Droga całkowita jest równa polu pod wykresem zależności prędkości v_x ciała od czasu t. W związku z tym całkowita droga będzie równa polu pod wykresem zależności pędu p_x tego ciała od czasu t, podzielonemu przez masę ciała. Wykorzystamy dane odczytane z wykresu i wykonamy obliczenia:

$$s = \textbf{\textit{pole pod}}\, v_x(t) = \textbf{\textit{pole pod}} \left(\frac{p_x(t)}{m}\right) = \frac{1}{m} \cdot \textbf{\textit{pole pod}}\, p_x(t)$$

$$s = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot \left(30\ \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}} + 70\ \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot 8\ \mathrm{s} + \frac{1}{2} \cdot \left(70\ \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}} + 10\ \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot 4\ \mathrm{s}\right)}{4\ \mathrm{kg}} = 140\ \mathrm{m}$$

Zadanie 2.1. (0–1)

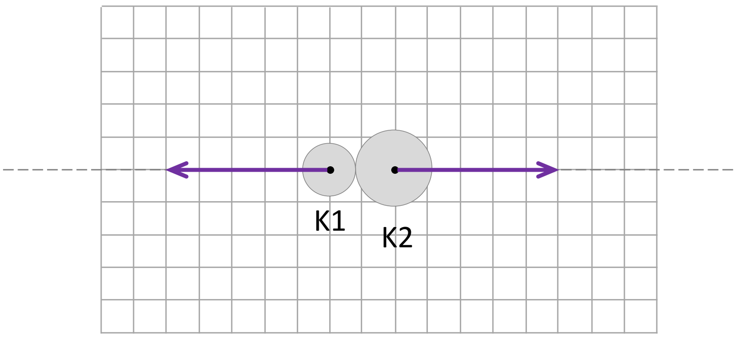
Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.10) (SP) stosuje pojęcie siły jako wielkości opisującej oddziaływanie na ciało, uwzględnia wektorowy charakter siły – wskazuje wartość, kierunek i zwrot wektora siły oraz ciało, do którego przyłożona jest siła […]; II.11) (SP) rozpoznaje i nazywa siły, podaje ich przykłady w różnych sytuacjach praktycznych (siły: […] nacisku, sprężystości […]). I.6) tworzy […] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał.

Zasady oceniania

1 pkt – narysowanie dwóch sił o równych wartościach, przeciwnych zwrotach, leżących na prostej łączącej środki kul i przyłożonych – odpowiednio – w środku kuli K1 lub środku kuli K2.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie



Zadanie 2.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II.15) wykorzystuje zasadę zachowania pędu do opisu zachowania się izolowanego układu ciał; II.16) rozróżnia i analizuje zderzenia sprężyste i niesprężyste; 20) […] wykorzystuje […] zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.

Zasady oceniania (dla rozwiązania sposobem 1. i sposobem 2.)
Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek ZZP
Poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania pędu (przed zderzeniem i po zderzeniu) **oraz** poprawne zastosowanie wzorów na pędy każdej z kul z uwzględnieniem zwrotów prędkości/pędów kul (zwroty wyrażone odpowiednim znakiem przy współrzędnej prędkości), np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_1 v_1 = -m_1 v_2 + m_2 v_2$$

albo

$\vec{p}_{1\,przed} = \vec{p}_{1\,po} + \vec{p}_{2\,po}$ gdzie $\vec{p}_{1\,przed} = [m_1 v_1]$ $\vec{p}_{1\,po} = [m_1(-v_2)]$ $\vec{p}_{2\,po} = [m_2 v_2]$

Warunek ZZE
Poprawne zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii (przed zderzeniem i po zderzeniu) **oraz** poprawne zastosowanie wzorów na energie kinetyczne każdej z kul, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_2^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Warunek V1V2
Spełnienie warunków **ZZP oraz ZZE, oraz** wyprowadzenie i zapisanie zależności – z wyeliminowanymi masami – między wartościami v_2 i v_1 prędkości $\vec{v}_2$ i $\vec{v}_1$, np. zapisy równoważne poniższym:

ZZP oraz ZZE $\rightarrow$ $v_1 = 2v_2$

Warunek ZZV
Powołanie się na zasadę zachowania prędkości względnej przy zderzeniu centralnym sprężystym (może być słownie lub z wykorzystaniem ogólnego zapisu symbolicznego).

Warunek ZZV_V1V2
Spełnienie warunku **ZZV** **oraz** i zapisanie zależności między wartościami v_2 i v_1 prędkości $\vec{v}_2$ i $\vec{v}_1$, np. zapisy równoważne poniższym:

ZZV → $v_1 = 2v_2$

Schemat punktowania
4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu mas **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego: $\frac{m_2}{m_1} = 3$
3 pkt – spełnienie warunku **V1V2**
LUB
– spełnienie warunków: **ZZV_V1V2** **oraz** **(ZZP** **albo** **ZZE)**
2 pkt – spełnienie warunków: **ZZP** **oraz** **ZZE**
LUB
– spełnienie warunku **ZZV_V1V2**
LUB
– spełnienie warunków: **ZZV** **oraz** **(ZZP** **albo** **ZZE)**
1 pkt – spełnienie warunku **ZZP**
LUB
– spełnienie warunku **ZZE**
LUB
– spełnienie warunku **ZZV**
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.
Zapiszemy równania wynikające z zasady zachowania pędu oraz z zasady zachowania energii. Lewa strona równań będzie oznaczała sytuację przed zderzeniem, a prawa strona równań będzie oznaczała sytuację po zderzeniu. Równanie zasady zachowania pędu zapiszemy na początku w postaci wektorowej:

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_1 = -m_1\vec{v}_2 + m_2\vec{v}_2 \\ \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v_2^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \end{cases}$$

Równanie wektorowe zapiszemy skalarnie – na współrzędnych. Niech v_1 oznacza współrzędną (dodatnią) prędkości $\vec{v}_1$ kuli K1 określoną wzdłuż osi przechodzącej przez środki kul. Wtedy współrzędna prędkości kuli K2 po zderzeniu wynosi v_2, a współrzędna prędkości kuli K1 po zderzeniu wynosi $-v_2$. Zapiszemy powyższe równania:

$$\begin{cases} m_1v_1 = -m_1v_2 + m_2v_2 \\ \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v_2^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \end{cases}$$

Wykonamy przekształcenia i wyznaczymy iloraz mas. Uwzględnimy, że $v_2 \neq 0$:

$$\begin{cases} m_1 v_1 = -m_1 v_2 + m_2 v_2 \\ m_1 v_1^2 = m_1 v_2^2 + m_2 v_2^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m_1(v_1 + v_2) = m_2 v_2 \\ m_1(v_1^2 - v_2^2) = m_2 v_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 + v_2) = m_2 v_2 \\ m_1(v_1 + v_2)(v_1 - v_2) = m_2 v_2^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m_1(v_1 + v_2) = m_2 v_2 \\ m_2 v_2 (v_1 - v_2) = m_2 v_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 + v_2) = m_2 v_2 \\ m_2(v_1 - v_2) = m_2 v_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m_1(v_1 + v_2) = m_2 v_2 \\ v_1 - v_2 = v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 + v_2) = m_2 v_2 \\ v_1 = 2v_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m_1(2v_2 + v_2) = m_2 v_2 \\ v_1 = 2v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 3 v_2 = m_2 v_2 \\ v_1 = 2v_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m_1 3 = m_2 \\ v_1 = 2v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{m_2}{m_1} = 3 \\ \dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Sposób 2.

Powołamy się na pewną ogólną własność dotyczącą prędkości względnych i zderzeń:

LEMAT:

Różnica prędkości dwóch dowolnych ciał *A* i *B* przed zderzeniem sprężystym centralnym ma tę samą wartość oraz przeciwny zwrot co różnica prędkości tych ciał po zderzeniu sprężystym centralnym.

To samo inaczej: Prędkość względna ciał *A* i *B* przed zderzeniem centralnym sprężystym ma tę samą wartość i przeciwny zwrot co prędkość względna tych ciał po zderzeniu.

Komentarz: Niech w pewnym inercjalnym układzie odniesienia $\vec{v}_A$ i $\vec{v}_B$ będą prędkościami ciał *A* i *B* przed zderzeniem sprężystym, natomiast $\vec{v}'_A$ i $\vec{v}'_B$ będą prędkościami ciał *A* i *B* po tym zderzeniu. Zgodnie z *lematem* mamy:

$$\vec{v}_A - \vec{v}_B = -(\vec{v}'_A - \vec{v}'_B)$$

Powyższe wynika z zasady zachowania energii oraz zasady zachowania pędu.

Zgodnie z *lematem*, w odniesieniu do zderzenia opisanego w zadaniu mamy:

$$\vec{v}_{K1\,przed} - \vec{v}_{K2\,przed} = -(\vec{v}_{K1\,po} - \vec{v}_{K2\,po})$$

Zgodnie z oznaczeniami w zadaniu mamy:

$$\vec{v}_1 - 0 = -(-\vec{v}_2 - \vec{v}_2) \quad \rightarrow \quad \vec{v}_1 = 2\vec{v}_2$$

Zatem:

$$v_1 = 2v_2$$

Sposób A kontynuacji rozwiązania sposobem 2.

Zapiszemy równanie wynikające z zasady zachowania pędu. Lewa strona równania będzie oznaczała sytuację przed zderzeniem, a prawa strona równań będzie oznaczała sytuację po zderzeniu. Niech v_1 oznacza współrzędną (dodatnią) prędkości $\vec{v}_1$ kuli K1 określoną wzdłuż osi przechodzącej przez środki kul. Wtedy współrzędna prędkości kuli K2 po zderzeniu wynosi v_2, a współrzędna prędkości kuli K1 po zderzeniu wynosi $-v_2$:

$$m_1 v_1 = -m_1 v_2 + m_2 v_2$$

Do powyższego równania podstawimy związek między v_1 a v_2:

$$m_1 2v_2 = -m_1 v_2 + m_2 v_2 \quad \rightarrow \quad 3m_1 v_2 = m_2 v_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3$$

Sposób B kontynuacji rozwiązania sposobem 2.

Zapiszemy równanie wynikające z zasady zachowania energii. Lewa strona równania będzie oznaczała sytuację przed zderzeniem, a prawa strona równań będzie oznaczała sytuację po zderzeniu. Następnie do równania podstawimy związek między v_1 a v_2:

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_1 v_2^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \quad \rightarrow \quad m_1(2v_2)^2 = m_1 v_2^2 + m_2 v_2^2$$

$$4m_1 v_2^2 = m_1 v_2^2 + m_2 v_2^2 \quad \rightarrow \quad 3m_1 v_2^2 = m_2 v_2^2 \quad \rightarrow \quad \frac{m_2}{m_1} = 3$$

Zadanie 3.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A1

Zadanie 3.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.3) stosuje warunki statyki bryły sztywnej; posługuje się pojęciem momentu sił wraz z jednostką.

Zasady oceniania
3 pkt – poprawna metoda obliczenia x **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $x = 1{,}75\ \mathrm{m}$
2 pkt – zapisanie poprawnego równania równowagi momentów sił z prawidłowym oznaczeniem sił **oraz** ramion tych sił, **oraz** zapisanie poprawnego równania równowagi sił z prawidłowym oznaczeniem sił, np. zapisy równoważne poniższym:

$|SO_1| \cdot F_1 = x \cdot Q_K + |SO_2| \cdot F_2$ oraz $F_1 + F_2 = Q_K + Q_P$

LUB

– zapisanie poprawnego równania równowagi sił z prawidłowym oznaczeniem **oraz** wykorzystanie warunków zadania, **oraz** wyznaczenie związku między siłą reakcji którejkolwiek osi a ciężarem płyty, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_1 + F_2 = Q_K + Q_P$ oraz $(F_1 = F_2$ i $Q_K = 0{,}4Q_P) \rightarrow F_1 = 0{,}7Q_P$

1 pkt – zapisanie poprawnego równania równowagi momentów sił z prawidłowym oznaczeniem sił **oraz** ramion tych sił, np. zapisy równoważne poniższym:

$|SO_1| \cdot F_1 = x \cdot Q_K + |SO_2| \cdot F_2$

LUB

– zapisanie poprawnego równania równowagi sił z prawidłowym uwzględnieniem sił, np. zapisy równoważne poniższym:

$F_1 + F_2 = Q_K + Q_P$

LUB

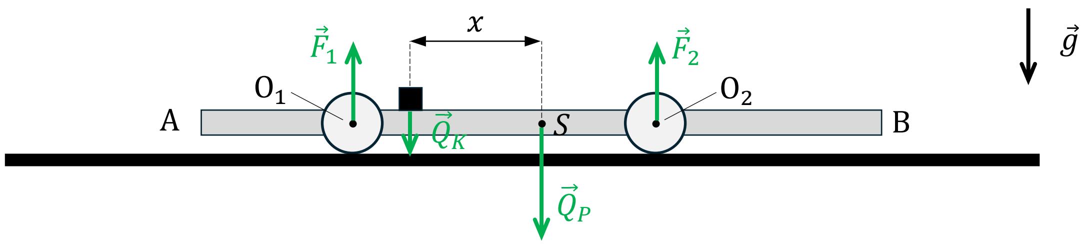
– zapisanie warunku równowagi sił **oraz** zapisanie warunku równowagi momentów sił działających na płytę (tzn. zapis może być w postaci bardzo ogólnej, wystarczy zapis równań z oznaczeniem wypadkowego momentu sił oraz siły wypadkowej – bez rozpisywania sił oraz ramion sił, może być także opis słowny), np. zapisy równoważne poniższym:

$\vec{M}_{wypadkowy} = 0$ oraz $\vec{F}_{wypadkowa} = 0$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Płyta pozostaje nieruchoma. To oznacza, że momenty sił działających na płytę równoważą się oraz siły działające na płytę równoważą się. Na rysunku przedstawiliśmy siły działające na płytę zgodnie z oznaczeniami w zadaniu (ciężar klocka jest równy wektorowo sile nacisku klocka na płytę, zatem nie wprowadzamy dodatkowego oznaczenia na siłę nacisku).



Zapiszemy warunek równowagi momentów sił względem punktu S (momenty siły nacisku klocka oraz siły reakcji osi O_2 mają ten sam zwrot):

$$1) \quad |SO_1| \cdot F_1 = x \cdot Q_K + |SO_2| \cdot F_2$$

Zapiszemy warunek równowagi sił:

$$2) \quad F_1 + F_2 = Q_K + Q_P$$

Zapiszemy warunek zadania:

$$3) \quad F_1 = F_2$$

Obliczymy długości ramion sił $\vec{F}_1$ oraz $\vec{F}_2$:

$$4a) \quad |SO_1| = \frac{1}{2}|AB| - |AO_1| = \frac{1}{2}(2\text{ m} + 4\text{ m} + 3\text{ m}) - 2\text{ m} = 2{,}5\text{ m}$$

$$4b) \quad |SO_2| = \frac{1}{2}|AB| - |BO_2| = \frac{1}{2}(2\text{ m} + 4\text{ m} + 3\text{ m}) - 3\text{ m} = 1{,}5\text{ m}$$

Równania 1), 2) i 3) zapiszemy w układzie równań:

$$5)\quad \begin{cases} |SO_1| \cdot F_1 = x \cdot Q_K + |SO_2| \cdot F_2 \\ F_1 + F_2 = Q_K + Q_P \\ F_1 = F_2 \end{cases}$$

Wykorzystamy związki podane w zadaniu oraz podstawimy długości ramion sił obliczone w 4a) i 4b), następnie rozwiążemy układ równań, a przy okazji wyznaczymy wartości sił reakcji::

$$6a)\quad \begin{cases} 2{,}5\ \mathrm{m} \cdot F_1 = x \cdot 0{,}4Q_P + 1{,}5\ \mathrm{m} \cdot F_1 \\ F_1 + F_1 = 0{,}4Q_P + Q_P \\ F_1 = F_2 \end{cases}$$

$$6b)\quad \begin{cases} 1\ \mathrm{m} \cdot F_1 = x \cdot 0{,}4Q_P \\ 2F_1 = 1{,}4Q_P \\ F_1 = F_2 \end{cases}$$

$$6c)\quad \begin{cases} 1\ \mathrm{m} \cdot 0{,}7Q_P = x \cdot 0{,}4Q_P \\ F_1 = 0{,}7Q_P \\ F_1 = F_2 \end{cases}$$

$$6d)\quad \begin{cases} x = 1{,}75\ \mathrm{m} \\ F_1 = 0{,}7Q_P \\ F_2 = 0{,}7Q_P \end{cases}$$

Zadanie 4.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką ($\mathrm{W/m^2}$) oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 4.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.9) stosuje zasadę superpozycji fal; wyjaśnia zjawisko interferencji fal; podaje warunki wzmocnienia oraz wygaszenia się fal.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia współrzędnych czterech punktów, w których zachodzi minimum interferencyjne, **oraz** podanie prawidłowych współrzędnych z jednostkami:

$x_{11} = 2{,}5\ \mathrm{m}\quad x_{12} = 3{,}5\ \mathrm{m}\quad x_{21} = 1{,}5\ \mathrm{m}\quad x_{22} = 0{,}5\ \mathrm{m}$

oraz poprawne zaznaczenie punktów na osi.

3 pkt – poprawne zastosowanie warunku na minimum interferencyjne dla dwóch przypadków (dodatniej i ujemnej różnicy odległości) **oraz** prawidłowe obliczenie z tego warunku współrzędnych trzech punktów, np. zapisy równoważne poniższym:

$$|x - (4\ \mathrm{m} - x)| = (2n - 1)\cdot 1\ \mathrm{m} \quad\rightarrow\quad x_{11} = 2{,}5\ \mathrm{m}\quad x_{12} = 3{,}5\ \mathrm{m}\quad x_{21} = 1{,}5\ \mathrm{m}$$

2 pkt – zapisanie warunku na minimum interferencyjne z uwzględnieniem długości fali i odległości punktu minimum interferencyjnego od obu głośników **oraz** uwzględnienie dwóch przypadków (dodatniej i ujemnej różnicy odległości), **oraz** wyrażenie obu odległości punktu od głośników za pomocą współrzędnej x, np. zapisy równoważne poniższym:

$$|x - (4\ \mathrm{m} - x)| = (2n - 1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

albo

$$x - (4\ \mathrm{m} - x) = +(2n - 1)\cdot\frac{\lambda}{2} \quad \text{oraz} \quad x - (4\ \mathrm{m} - x) = -(2n - 1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

LUB

– poprawne zastosowanie warunku na minimum interferencyjne dla jednego przypadku (dodatniej albo ujemnej różnicy odległości) **oraz** prawidłowe obliczenie z tego warunku współrzędnych dwóch punktów, np. zapisy równoważne poniższym:

$$x - (4\ \mathrm{m} - x) = +(2n - 1)\cdot 1\ \mathrm{m} \quad\rightarrow\quad x_1 = 2{,}5\ \mathrm{m}\quad x_2 = 3{,}5\ \mathrm{m}$$

albo

$$x - (4\ \mathrm{m} - x) = -(2n - 1)\cdot 1\ \mathrm{m} \quad\rightarrow\quad x_1 = 1{,}5\ \mathrm{m}\quad x_2 = 0{,}5\ \mathrm{m}$$

1 pkt – zapisanie warunku na minimum interferencyjne z uwzględnieniem długości fali i odległości punktu minimum interferencyjnego od obu głośników, np. zapisy równoważne poniższym:

$$|\mathrm{G1}X| - |X\mathrm{G2}| = (2n - 1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Załóżmy, że X jest punktem na osi x, leżącym między głośnikami $\mathrm{G1}$ i $\mathrm{G2}$, w którym wystąpi minimum interferencyjne. Zapiszemy warunek na minimum interferencyjne w punkcie X:

$$1)\quad \big||\mathrm{G1}X| - |X\mathrm{G2}|\big| = (2n-1)\cdot\frac{\lambda}{2} \qquad \text{dla} \quad n \in \mathbb{Z}_+ \quad \text{oraz} \quad X \in \mathrm{G1G2}$$

Zwracamy uwagę, że w tym wzorze pojawia się wartość bezwzględna różnicy – ponieważ warunek jest niezmienniczy ze względu na zamianę miejscami odległości, jakie pokonuje fala od źródeł do punktu X.

Współrzędną punktu X oznaczymy jako x. Wtedy:

$$2\mathrm{a})\quad |\mathrm{G1}X| = x \qquad\qquad 2\mathrm{b})\quad |X\mathrm{G2}| = 4\ \mathrm{m} - x$$

Przepiszemy równanie 1) z uwzględnieniem 2a) i 2b):

$$3\mathrm{a})\quad |x - (4\ \mathrm{m} - x)| = (2n-1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

$$3\mathrm{b})\quad |2x - 4\ \mathrm{m}| = (2n-1)\cdot\frac{2\ \mathrm{m}}{2}$$

$$3\mathrm{c})\quad |2x - 4\ \mathrm{m}| = (2n-1)\cdot 1\ \mathrm{m}$$

Rozwiążemy równanie 3c). Rozważymy dwa przypadki.

1. Przypadek, gdy $2 < x_1 < 4$:

$$4\mathrm{a})\quad 2x_1 - 4\ \mathrm{m} = (2n-1)\cdot 1\ \mathrm{m}$$

$$4\mathrm{b})\quad x_1 = \frac{(2n-1)}{2}\cdot 1\ \mathrm{m} + 2\ \mathrm{m}$$

$$4\mathrm{c})\quad x_{11} = \frac{(2\cdot 1-1)}{2}\cdot 1\ \mathrm{m} + 2\ \mathrm{m} = 2{,}5\ \mathrm{m} \qquad \text{dla} \quad n = 1$$

$$x_{12} = \frac{(2\cdot 2-1)}{2}\cdot 1\ \mathrm{m} + 2\ \mathrm{m} = 3{,}5\ \mathrm{m} \qquad \text{dla} \quad n = 2$$

Dla $n = 3 \;\rightarrow\; x_{13} = 4{,}5\ \mathrm{m}$ co oznacza, że X leży poza odcinkiem $\mathrm{G1G2}$.

2. Przypadek, gdy $0 < x_2 < 2$:

$$5\mathrm{a})\quad -(2x_2 - 4\ \mathrm{m}) = (2n-1)\cdot 1\ \mathrm{m}$$

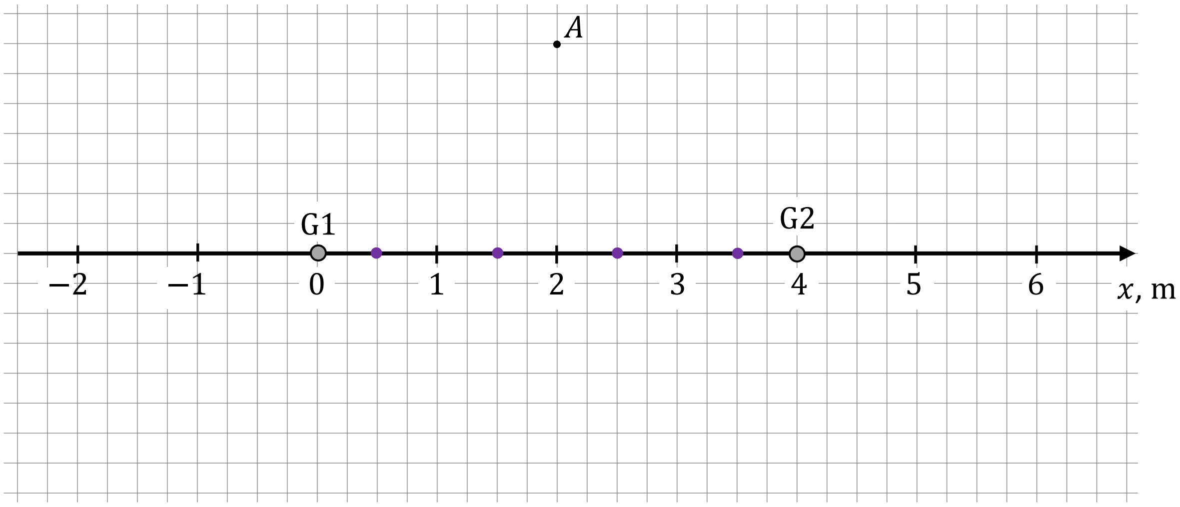
$$5\mathrm{b})\quad x_2 = -\frac{(2n-1)}{2}\cdot 1\ \mathrm{m} + 2\ \mathrm{m}$$

$$5\mathrm{c})\quad x_{21} = -\frac{(2\cdot 1-1)}{2}\cdot 1\ \mathrm{m} + 2\ \mathrm{m} = 1{,}5\ \mathrm{m} \qquad \text{dla} \quad n = 1$$

$$x_{22} = -\frac{(2\cdot 2-1)}{2}\cdot 1\ \mathrm{m} + 2\ \mathrm{m} = 0{,}5\ \mathrm{m} \qquad \text{dla} \quad n = 2$$

Dla $n = 3 \;\rightarrow\; x_{23} = -0{,}5\ \mathrm{m}$ co oznacza, że X leży poza odcinkiem $\mathrm{G1G2}$.

Zaznaczymy na osi x punkty między głośnikami, w których zawsze wystąpi minimum interferencyjne:



Zadanie 5. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu […]; IV.7) oblicza zmiany energii potencjalnej grawitacji i stosuje zasadę zachowania energii do ruchu pod wpływem siły grawitacji; posługuje się pojęciem drugiej prędkości kosmicznej (prędkości ucieczki).

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek RÓŻNICA

Zapisanie różnicy:

$$\Delta v_A = v_A - v_{or\,A}$$

Warunek ZZE

Zapisanie zasady zachowania energii mechanicznej (symbolicznie lub słownie) z uwzględnieniem (poprzez oznaczenie) energii mechanicznej sondy na orbicie po zwiększeniu prędkości i energii mechanicznej sondy poza sferą oddziaływania ze Słońcem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{mech\,r_A} = E_{mech\,\infty\,A}$$

Warunek ZZE_kin_pot
Zapisanie równania zasady zachowania energii mechanicznej z uwzględnieniem (wystarczy poprzez oznaczenie) energii kinetycznej sondy na orbicie po zwiększeniu prędkości, energii potencjalnej sondy na orbicie i energii kinetycznej sondy poza sferą oddziaływania ze Słońcem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin\, r_A} + E_{pot\, r_A} = E_{kin\, \infty\, A}$$

Warunek ZZE_wzory
Zapisanie równania zasady zachowania energii mechanicznej **oraz** uwzględnienie w nim wzorów na energię kinetyczną sondy na orbicie po zwiększeniu prędkości, wzorów na energię potencjalną sondy na orbicie i wzorów na energię kinetyczną sondy poza sferą oddziaływania ze Słońcem, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{1}{2}m_A v_A^2 - \frac{GM_S m_A}{r_A} = \frac{1}{2}m_A v_{\infty\, A}^2$$

Warunek Fdo=Fg
Zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na sondę poruszającą się swobodnie po orbicie kołowej jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne), np. zapisy równoważne poniższym:

$$F_{do\, A} = F_g$$

Warunek Fdo=Fg_wzory
Zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na sondę poruszającą się swobodnie po orbicie kołowej jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne) **oraz** uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyśpieszenia), np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_A \frac{v_{or\, A}^2}{r_A} = \frac{GM_S m_A}{r_A^2} \quad \text{albo} \quad \frac{v_{or\, A}^2}{r_A} = \frac{GM_S}{r_A^2}$$

albo

zapisanie wzoru na prędkość (lub jej kwadrat) orbitalną wynikającego z powyższej relacji, np. zapisy równoważne poniższym:

$$v_{or\, A}^2 = \frac{GM_S}{r_A} \quad \text{albo} \quad v_{or\, A} = \sqrt{\frac{GM_S}{r_A}}$$

Warunek VA
Spełnienie warunków **ZZE_wzory oraz Fdo=Fg_wzory**, **oraz** wyprowadzenie i zapisanie równania, z którego można wyznaczyć v_A w zależności tylko od v_{orA} i $v_{\infty A}$, np. zapisy równoważne poniższym:

ZZE_wzory oraz Fdo=Fg_wzory $\rightarrow$ $\frac{1}{2}v_A^2 - v_{or\, A}^2 = \frac{1}{2}v_{\infty\, A}^2$

Schemat punktowania

4 pkt – poprawna metoda wyznaczenia Δv_A w zależności tylko od v_{orA} i $v_{\infty A}$ **oraz** zapisanie prawidłowej postaci wzoru na Δv_A:

metoda → $\Delta v_A = \sqrt{2 \cdot v_{or\,A}^2 + v_{\infty\,A}^2} - v_{or\,A}$

3 pkt – spełnienie warunku **VA**

LUB

– spełnienie warunków: **ZZE_wzory oraz Fdo=Fg_wzory oraz RÓŻNICA**

2 pkt – spełnienie warunków: **ZZE_wzory oraz RÓŻNICA**

LUB

– spełnienie warunków: **ZZE_kin_pot oraz Fdo=Fg**

LUB

– spełnienie warunków: **Fdo=Fg_wzory oraz RÓŻNICA**

1 pkt – spełnienie warunków: **ZZE oraz RÓŻNICA**

LUB

– spełnienie warunku **ZZE_kin_pot**

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Zapiszemy wzór na zmianę wartości prędkości sondy o Δv_A (w kierunku stycznym do orbity):

$$1)\quad \Delta v_A = v_A - v_{or\,A}$$

Wyznaczymy v_A – wartość prędkości, jaką musi mieć sonda (po wyłączeniu silników), aby z punktu orbity odległego od środka Słońca o r_A mogła uciec z pola grawitacyjnego Słońca i nieskończenie daleko od Słońca poruszać się z prędkością o wartości $v_{\infty A}$.

Wykorzystamy zasadę zachowania energii mechanicznej dla sondy. Energia mechaniczna $E_{mech\,r_A}$ sondy w punkcie orbity, ale po zwiększeniu prędkości i <u>wyłączeniu silników,</u> jest równa energii mechanicznej $E_{mech\,\infty\,A}$ sondy poza sferą oddziaływania Słońca:

$$2)\quad E_{mech\,r_A} = E_{mech\,\infty\,A}$$

Energia $E_{mech\,r_A}$ sondy jest równa sumie energii kinetycznej i potencjalnej, natomiast energia $E_{mech\,\infty\,A}$ jest równa tylko energii kinetycznej, jaką uzyska sonda poza sferą oddziaływania ze Słońcem:

$$3)\quad E_{kin\,r_A} + E_{pot\,r_A} = E_{kin\,\infty\,A}$$

Wykorzystamy wzór na energię kinetyczną oraz wzór na energię potencjalną:

$$4a)\quad \frac{1}{2}m_A v_A^2 - \frac{GM_S m_A}{r_A} = \frac{1}{2}m_A v_{\infty\,A}^2$$

gdzie m_A jest masą sondy, M_S jest masą Słońca. Po przekształceniu równania 4a) otrzymamy:

$$4b)\quad v_A^2 - 2 \cdot \frac{GM_S}{r_A} = v_{\infty\,A}^2$$

Gdy sonda porusza się swobodnie po orbicie kołowej z prędkością $v_{or\ A}$, to siła grawitacji pełni funkcję siły dośrodkowej:

$$5a)\quad \frac{m_A v_{or\ A}^2}{r_A} = \frac{G M_S m_A}{r_A^2} \qquad \rightarrow \qquad 5b)\quad v_{or\ A}^2 = \frac{G M_S}{r_A}$$

Równanie 5b) wykorzystamy w równaniu 4b):

$$6)\quad v_A^2 - 2 \cdot v_{or\ A}^2 = v_{\infty\ A}^2$$

Zatem:

$$7a)\quad v_A^2 = 2 \cdot v_{or\ A}^2 + v_{\infty\ A}^2 \qquad \rightarrow \qquad 7b)\quad v_A = \sqrt{2 \cdot v_{or\ A}^2 + v_{\infty\ A}^2}$$

Wynik z 7b) wykorzystamy w równaniu 1):

$$8)\quad \Delta v_A = \sqrt{2 \cdot v_{or\ A}^2 + v_{\infty\ A}^2} - v_{or\ A}$$

Zadanie 6.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 6.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: […] izobaryczną, izochoryczną […]; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.14) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach […] cieplnych.

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 6.3. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.12) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu; VI.13) posługuje się pojęciem ciepła molowego gazu […].

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne dokończenie zdania: wpisanie prawidłowej wartości ilorazu ciepła Q_{12} i ciepła $|Q_{34}|$: $\frac{2}{3}$

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

Iloraz $\frac{|Q_{12}|}{|Q_{34}|}$ (ciepła wymienionego przez gaz z otoczeniem w przemianie S_1–S_2 i ciepła wymienionego przez gaz z otoczeniem w przemianie S_3–S_4) jest równy ....$\frac{2}{3}$.......... .

Zadanie 6.4. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. VI.8) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: […] izobaryczną, izochoryczną […]; VI.11) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.14) analizuje przepływ energii w postaci ciepła i pracy mechanicznej w silnikach […] cieplnych; VI.15) analizuje przedstawione cykle termodynamiczne, oblicza sprawność silników cieplnych.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia sprawności silnika cieplnego **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego: $\eta = \frac{4}{27}$ lub $\eta = 0{,}148$ lub $\eta = 14{,}8\ \%$

2 pkt – poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej w cyklu i prawidłowy wynik: $|W_{cal}| = 2p_1V_1$ **oraz** zapisanie związku między łącznym ciepłem pobranym a łącznym ciepłem oddanym i pracą całkowitą, **oraz** zapisanie dowolnego wzoru na sprawność, np. zapisy równoważne poniższym:

$$|Q_{pob}| = |W_{cal}| + |Q_{odd}| \quad \text{oraz} \quad |W_{cal}| = 2p_1V_1 \quad \text{oraz} \quad \eta = \frac{|W_{cal}|}{|Q_{pob}|}$$

1 pkt – zapisanie wzoru na sprawność cyklu (w dowolnej postaci) **oraz** zapisanie związku między łącznym ciepłem pobranym a łącznym ciepłem oddanym i pracą całkowitą, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\eta = \frac{|W_{cal}|}{|Q_{pob}|} \quad \text{lub} \quad \eta = \frac{|Q_{pob}| - |Q_{odd}|}{|Q_{pob}|}\right) \quad \text{oraz} \quad |Q_{pob}| = |W_{cal}| + |Q_{odd}|$$

LUB

– zapisanie wzoru na sprawność cyklu (w dowolnej postaci) **oraz** poprawna metoda obliczenia pracy całkowitej w cyklu i prawidłowy wynik, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(\eta = \frac{|W_{cal}|}{|Q_{pob}|} \quad \text{lub} \quad \eta = \frac{|Q_{pob}| - |Q_{odd}|}{|Q_{pob}|}\right) \quad \text{oraz} \quad |W_{cal}| = 2p_1V_1$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Sprawność silnika obliczymy ze wzoru:

$$1)\quad \eta = \frac{|W_{cal}|}{|Q_{pob}|}$$

Wyznaczymy za pomocą p_1 oraz V_1 pracę całkowitą (użyteczną) w cyklu.
Skorzystamy ze wzoru $|W| = p|\Delta V|$ na pracę siły parcia (i siły przeciwnej do siły parcia) w przemianie izobarycznej. Ponadto przyjmiemy konwencję, zgodnie z którą ciepło pobrane z grzejnicy oraz pracę wykonaną podczas sprężania gazu przyjmiemy za dodatnie (gaz zyskuje energię), a ciepło oddane do chłodnicy i pracę gazu przy rozprężaniu – za ujemne (gaz traci energię). Zatem:

$$2a)\quad |W_{cal}| = |W_{roz23}| - |W_{spr41}| \quad \rightarrow \quad |W_{cal}| = 3p_1|\Delta V_{23}| - p_1|\Delta V_{41}|$$

$$2b)\quad |W_{cal}| = 3p_1(3V_1 - 2V_1) - p_1(3V_1 - 2V_1) \quad \rightarrow$$

$$2c)\quad |W_{cal}| = 2p_1V_1$$

Uwaga! Powyższy wynik można było wyznaczyć z twierdzenia o pracy jako polu pod wykresem $p(V)$ – zależności ciśnienia od objętości.

Wyznaczymy za pomocą p_1 oraz V_1 łączne ciepło pobrane w cyklu.

Całkowita zmiana energii wewnętrznej gazu w cyklu wynosi zero ($\Delta U = 0$), zatem na mocy I zasady termodynamiki dla cyklu (i zastosowanej konwencji znaków) mamy:

$$3\text{a})\quad 0 = |Q_{pob}| - |Q_{odd}| - |W_{cal}| \quad \rightarrow$$

$$3\text{b})\quad |Q_{pob}| = |W_{cal}| + |Q_{odd}|$$

Do wzoru 3b) podstawimy wynik z 2c) oraz podane w zadaniu wyrażenie na ciepło oddane:

$$3\text{c})\quad |Q_{pob}| = 2p_1V_1 + 11{,}5p_1V_1 = 13{,}5p_1V_1$$

Wyniki z 2c) oraz 3c) podstawimy do wzoru 1):

$$4)\quad \eta = \frac{2p_1V_1}{13{,}5p_1V_1} = \frac{4}{27} \approx 14{,}8\ \%$$

Sposób 2.

Sprawność silnika obliczymy ze wzoru:

$$1)\quad \eta = \frac{|Q_{pob}| - |Q_{odd}|}{|Q_{pob}|}$$

Wyznaczymy łączne ciepło pobrane w cyklu. Z I zasady termodynamiki dla cyklu wynika, że:

$$2)\quad |Q_{pob}| = |W_{cal}| + |Q_{odd}|$$

Wyznaczymy za pomocą p_1 oraz V_1 pracę całkowitą w cyklu. Z twierdzenia o pracy i polu pod wykresem wynika (dla cyklu będzie to pole ograniczone zamkniętą krzywą cyklu), że:

$$3)\quad |W_{cal}| = 2p_1V_1$$

Do wzoru 2) podstawimy wynik z 3) oraz podane w zadaniu wyrażenie na ciepło oddane:

$$4)\quad |Q_{pob}| = 2p_1V_1 + 11{,}5p_1V_1 = 13{,}5p_1V_1$$

Do wzoru 1) podstawimy wynik z 4) oraz podane w zadaniu wyrażenie na ciepło oddane:

$$5)\quad \eta = \frac{13{,}5p_1V_1 - 11{,}5p_1V_1}{13{,}5p_1V_1} \approx 14{,}8\ \%$$

Zadanie 7.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 7.2. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; I.9) dopasowuje prostą do danych przedstawionych w postaci wykresu; interpretuje nachylenie tej prostej i punkty przecięcia z osiami. VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu. VIII.7) posługuje się pojęciami oporu wewnętrznego i siły elektromotorycznej jako cechami źródła napięcia; VIII.12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie, z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne dokończenie dwóch zdań, tzn.:
wpisanie poprawnej wartości siły elektromotorycznej akumulatora: $8\ \mathrm{V}$
oraz
wpisanie poprawnej wartości prądu zwarcia akumulatora: $10\ \mathrm{A}$

1 pkt – poprawne dokończenie jednego zdania, tzn.:
wpisanie poprawnej wartości siły elektromotorycznej akumulatora: $8\ \mathrm{V}$
albo
wpisanie poprawnej wartości prądu zwarcia akumulatora: $10\ \mathrm{A}$

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Rozwiązanie

1. Siła elektromotoryczna $\mathcal{E}$ akumulatora jest równa ......8...... V.

2. Natężenie I_z prądu zwarcia akumulatora jest równe ....10..... A.

Zadanie 7.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji oraz doświadczeń i wnioskowanie na podstawie ich wyników. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […], wykresów, […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; I.9) […] interpretuje nachylenie tej prostej i punkty przecięcia z osiami. VI.12) (SP) posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu. VIII.7) posługuje się pojęciami oporu wewnętrznego i siły elektromotorycznej jako cechami źródła napięcia; VIII.12) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie, z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa).

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu wewnętrznego akumulatora **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $R_W = 0{,}8\ \Omega$

2 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z II prawo Kirchhoffa dla obwodu **oraz** identyfikacja oporu wewnętrznego baterii jako wartości bezwzględnej współczynnika kierunkowego prostej, np. zapisy równoważne poniższym:

$U = -R_W I + \mathcal{E}$ oraz $y = -|a|x + b \quad \rightarrow \quad R_W = |a|$

LUB

– poprawne zapisanie/wykorzystanie równania wynikającego z II prawo Kirchhoffa dla obwodu **oraz** zapisanie dwóch równań wynikających z podstawienia do tego równania współrzędnych dwóch punktów leżących na prostej, np. zapisy równoważne poniższym:

$\mathcal{E} = 2\ \mathrm{A} \cdot R_W + 6{,}4\ \mathrm{V}$ oraz $\mathcal{E} = 8\ \mathrm{A} \cdot R_W + 1{,}6\ \mathrm{V}$

1 pkt – poprawne zapisanie równania wynikającego z II prawo Kirchhoffa dla obwodu z uwzględnieniem wielkości: $\mathcal{E}$, R_W, I, U, np. zapisy równoważne poniższym:

$\mathcal{E} = IR_W + U$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Opór wewnętrzny akumulatora obliczymy na podstawie zależności liniowej $U(I)$. Zapiszemy II prawo Kirchhoffa dla obwodu i wyznaczymy postać zależności $U(I)$:

$$1)\ \ \mathcal{E} = IR_W + U \quad \text{zatem} \quad 2)\ \ U = \mathcal{E} - IR_W$$

Równanie 2) zapiszemy tak, żeby porównać je z równaniem kierunkowym prostej z ujemnym współczynnikiem kierunkowym:

$$3\mathrm{a})\ \ U = -R_W I + \mathcal{E} \qquad \text{oraz} \qquad 3\mathrm{b})\ \ U = -|a|I + b$$

Z równań 3a) oraz 3b) wynika, że opór wewnętrzny akumulatora jest równy wartości bezwzględnej współczynnika kierunkowego równania prostej:

$$4)\ \ R_W = |a|$$

Skorzystamy ze wzoru na współczynnik kierunkowy i obliczymy R_W:

$$5)\ \ R_W = \frac{|U_T - U_X|}{|I_T - I_X|} = \frac{|1{,}6 - 6{,}4|}{|8 - 2|}\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = 0{,}8\ \Omega$$

Sposób 2.

Opór wewnętrzny akumulatora obliczymy na podstawie współrzędnych punktów wykresu zależności $U(I)$. Zapiszemy II prawo Kirchhoffa dla obwodu:

$$\mathcal{E} = IR_W + U$$

Do powyższego równania podstawimy współrzędne punktów X oraz T, następnie z tych równań obliczymy opór wewnętrzny akumulatora:

$$X = (2\ \mathrm{A};\ 6{,}4\ \mathrm{V}) \qquad T = (8\ \mathrm{A};\ 1{,}6\ \mathrm{V})$$

zatem:

$$\begin{cases} \mathcal{E} = 2\ \mathrm{A} \cdot R_W + 6{,}4\ \mathrm{V} \\ \mathcal{E} = 8\ \mathrm{A} \cdot R_W + 1{,}6\ \mathrm{V} \end{cases} \quad \rightarrow \quad 0 = (2\ \mathrm{A} - 8\ \mathrm{A}) \cdot R_W + 6{,}4\ \mathrm{V} - 1{,}6\ \mathrm{V}$$

$$0 = -6\ \mathrm{A} \cdot R_W + 4{,}8\ \mathrm{V} \quad \rightarrow \quad R_W = 0{,}8\ \Omega$$

Zadanie 8.1. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.6) tworzy [..] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk […]; I.7) wyodrębnia z tekstów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]; I.19) tworzy modele fizyczne lub matematyczne wybranych zjawisk i opisuje ich założenia; ilustruje prawa i zależności fizyczne z wykorzystaniem tych założeń. IX.2) (SP) opisuje zjawisko odbicia od powierzchni płaskiej i od powierzchni sferycznej; IX.4) (SP) analizuje bieg promieni wychodzących z punktu w różnych kierunkach, a następnie odbitych […] od zwierciadeł sferycznych; opisuje skupianie promieni w zwierciadle wklęsłym.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne położenia punktu P **oraz** poprawna metoda wyprowadzenia wzoru na x w zależności tylko od R i od α, **oraz** podanie prawidłowej postaci wzoru:

$$x = R - \frac{R}{2\cos\alpha}$$

2 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne i narysowanie promienia odbitego od punktu D pod kątem odbicia równym kątowi padania **oraz** poprawne wyznaczenie i oznaczenie punktu P, **oraz** zauważenie, że $|SP| = |PD|$.

1 pkt – poprawne wyznaczenie konstrukcyjne i narysowanie promienia odbitego od punktu D pod kątem odbicia równym kątowi padania.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

W celu wyznaczenia konstrukcyjnego punktu P, skonstruujemy promień odbity od zwierciadła w punkcie D. Zastosujemy prawo odbicia: *kąt padania jest równy kątowi odbicia*.

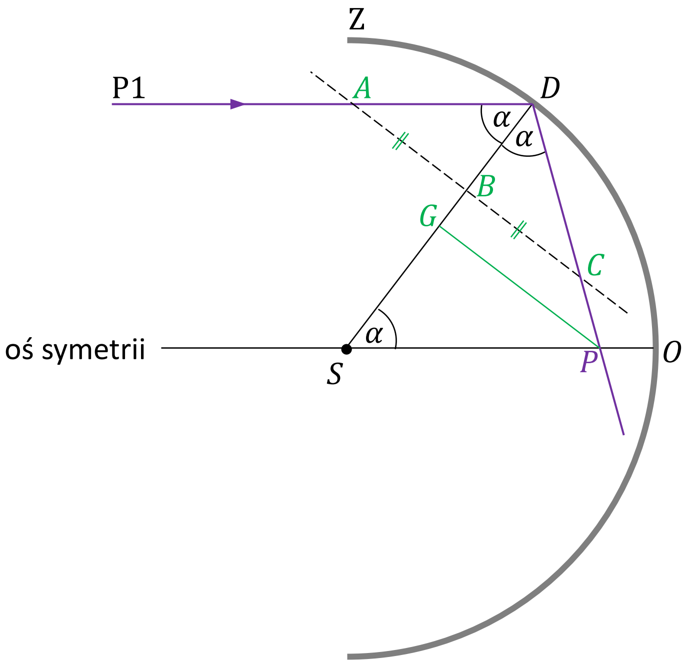
Wykorzystamy linię pomocniczą do odmierzenia równych odcinków, które umożliwią konstrukcję równych kątów. Wprowadzimy punkty pomocnicze A, B, C. Wtedy:

$$|\angle SDA| = |\angle CDS| = \alpha \qquad \text{gdy} \qquad |AB| = |BC|$$

Punkt przecięcia promienia odbitego z osią symetrii zwierciadła oznaczamy jako P.

Zgodnie z powyższymi warunkami wyznaczymy konstrukcyjnie na rysunku punkt P.

Poniżej konstrukcja:



Następnie wyprowadzimy wzór na $x = |OP|$.

Zauważamy, że $|\angle DSO| = \alpha$ ponieważ $\angle DSO$ i kąt padania $\angle ADS$ są naprzemianległe. Z tego wynika, że trójkąt SPD jest równoramienny. Zatem wysokość opuszczona z wierzchołka P na bok SD dzieli go na dwie równe części, równe połowie promienia krzywizny zwierciadła:

$$|SG| = |GD| = \frac{R}{2}$$

Wyznaczymy długość odcinka SP:

$$\cos\alpha = \frac{|SG|}{|SP|} = \frac{\frac{R}{2}}{|SP|} \qquad \rightarrow \qquad |SP| = \frac{R}{2\cos\alpha}$$

Zauważmy, że:

$$|OP| = |SO| - |SP|$$

Zgodnie z oznaczeniami wielkości w zadaniu otrzymujemy ostatecznie:

$$x = R - \frac{R}{2\cos\alpha}$$

Komentarz do uzyskanego wzoru

Zauważmy, że <u>dla małych</u> kątów padania dla wzoru na x możemy stosować przybliżenie:

$$x \approx \frac{R}{2}$$

Dowód:

$$x = \lim_{\alpha \to 0}\left(R - \frac{R}{2\cos\alpha}\right) = R - \frac{R}{2\lim\limits_{\alpha \to 0}\cos\alpha} = R - \frac{R}{2 \cdot 1} = R - \frac{R}{2} = \frac{R}{2}$$

Przykłady:

Rozważmy kąty padania $30°, 20°, 10°, 5°$. Dla każdego z nich obliczymy położenie punktu P:

$$x(30°) = R - \frac{R}{2\cos 30°} \approx 0{,}423R$$
$$x(20°) = R - \frac{R}{2\cos 20°} \approx 0{,}468R$$
$$x(10°) = R - \frac{R}{2\cos 10°} \approx 0{,}492R$$
$$x(5°) = R - \frac{R}{2\cos 5°} \approx 0{,}498R$$

Widzimy, że coraz lepsze przybliżenie ogniskowej zwierciadła sferycznego ($f = \frac{R}{2}$) uzyskujemy dla coraz mniejszych kątów padania.

Podsumowanie:

Ognisko zwierciadła sferycznego jest punktem granicznym dla ciągu punktów P_n, odpowiadających ciągowi kątów padania α_n zbieżnemu do zera.

Zadanie 8.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.6) tworzy [..] rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk […]; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1. lub sposobem 2. lub sposobem 3.)

3 pkt – poprawne ustalenie dalszego biegu promienia P od punktu A **oraz** poprawne narysowanie dalszego biegu promienia P od punktu A.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla przejścia światła z ośrodka 1. do ośrodka 2. **oraz** podanie prawidłowej wartości tego kąta, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{1,50}{1,83} \qquad \text{oraz} \qquad \alpha_g \approx 55,1°$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia sinusa kąta granicznego dla przejścia światła z ośrodka 1. do ośrodka 2. **oraz** podanie prawidłowej wartości <u>sinusa tego kąta</u>, **oraz** stwierdzenie/zapisanie, że kąt padania (lub sinus tego kąta) jest większy od kąta granicznego, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{1,50}{1,83} \qquad \text{oraz} \qquad \left(\sin\alpha_g \approx 0,8197 \quad \text{zatem} \quad \alpha_g < 60°\right)$$

albo

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{1,50}{1,83} \qquad \text{oraz} \qquad (\sin\alpha_g \approx 0,8197) < (\sin 60° \approx 0,8660)$$

LUB

– poprawna metoda obliczenia kąta załamania dla przejścia światła z ośrodka 1. do ośrodka 2. **oraz** podanie wartości <u>sinusa kąta załamania większej od jedności</u>, **oraz** stwierdzenie, że nie istnieje taki kąt, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin 60°}{\sin\alpha_2} = \frac{1,50}{1,83} \qquad \text{oraz} \qquad (\sin\alpha_2 > 1 \quad \text{nie istnieje taki kąt } \alpha_2)$$

1 pkt – poprawne zapisanie warunku (z <u>uwzględnieniem</u> wartości współczynników załamania światła), z którego można obliczyć kąt graniczny dla przejścia światła przez granicę ośrodków 1. – 2., np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{1,50}{1,83}$$

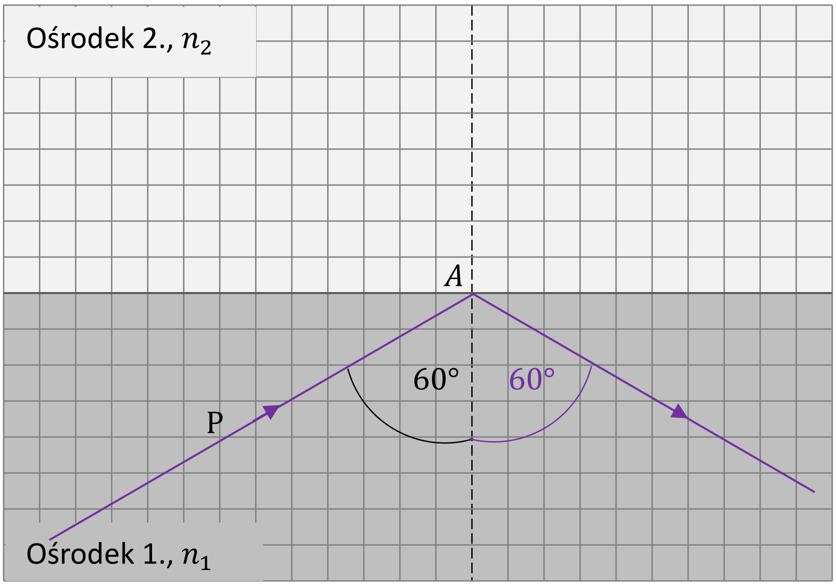
LUB

– zapisanie warunku (z <u>uwzględnieniem</u> wartości współczynników załamania światła i miary kąta padania) wynikającego z prawa załamania fali/światła, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\frac{\sin 60°}{\sin\alpha_2} = \frac{1,50}{1,83}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania
Dalszy bieg promienia P od punktu A wygląda następująco.



Poniżej wykonamy niezbędne obliczenia, które doprowadziły do ustalenia takiego biegu promienia.

Sposób 1.
Prędkość światła w ośrodku 1. jest mniejsza od prędkości światła w ośrodku 2., ponieważ:

$$\left(n_1 = \frac{c}{v_1}\right) > \left(n_2 = \frac{c}{v_2}\right) \quad \rightarrow \quad v_1 < v_2$$

Z tego wynika, że istnieje kąt graniczny α_g padania dla promienia światła od strony ośrodka 1. Zatem dla kątów padania większych od kąta granicznego nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków 1. – 2. Dla kątów padania mniejszych od kąta granicznego nastąpi załamanie światła (oprócz odbicia niecałkowitego) i przejście do ośrodka 2. Zbadamy, które zjawisko zajdzie.

Wyznaczymy kąt graniczny dla przejścia z ośrodka 1. do ośrodka 2. Zapiszemy warunek (wynikający z prawa załamania fali) dla kąta granicznego w tym przypadku:

$$\frac{\sin \alpha_g}{\sin 90°} = \frac{v_1}{v_2} \quad \rightarrow \quad \frac{\sin \alpha_g}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin \alpha_g}{1} = \frac{1{,}50}{1{,}83} \quad \rightarrow \quad \sin \alpha_g \approx 0{,}8197$$

Obliczymy kąt graniczny przy użyciu kalkulatora naukowego:

$$\sin \alpha_g \approx 0{,}8197 \quad \text{dla} \quad \alpha_g \approx 55{,}1°$$

Porównamy kąt padania $\alpha = 60°$ z kątem granicznym:

$$\alpha > \alpha_g \quad (60° > 55{,}1°)$$

Z powyższego wynika, że nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków 1. – 2.
Zgodnie z tym narysujemy dalszy bieg promienia.

Sposób 2.

Ponieważ $n_1 > n_2$ to istnieje kąt graniczny α_g padania dla promienia światła od strony ośrodka 1. Zatem dla kątów padania większych od kąta granicznego nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków 1. – 2. Dla kątów padania mniejszych od kąta granicznego nastąpi załamanie światła (oprócz odbicia niecałkowitego) i przejście do ośrodka 2. Zbadamy, które zjawisko zajdzie.

Wyznaczymy sinus kąta granicznego dla przejścia z ośrodka 1. do ośrodka 2. Zapiszemy warunek (wynikający z prawa załamania fali) dla kąta granicznego w tym przypadku:

$$\frac{\sin\alpha_g}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1} \quad \rightarrow \quad \frac{\sin\alpha_g}{1} = \frac{1{,}50}{1{,}83} \quad \rightarrow \quad \sin\alpha_g \approx 0{,}8197$$

Porównamy sinus kąta padania $\alpha = 60°$ z sinusem kąta granicznego:

$$\left(\sin 60° \approx 0{,}8660 \quad \text{oraz} \quad \sin\alpha_g \approx 0{,}8197\right) \quad \text{zatem} \quad \sin 60° > \sin\alpha_g$$

Ponieważ w przedziale od $0°$ do $90°$ sinus jest funkcją rosnącą, to:

$$\sin 60° > \sin\alpha_g \quad \rightarrow \quad (\alpha = 60°) > \alpha_g$$

To oznacza, że nastąpi całkowite odbicie od granicy ośrodków 1. – 2.
Zgodnie z tym narysujemy dalszy bieg promienia.

Sposób 3.

Zapiszemy warunek wynikający z prawa załamania fali na granicy ośrodków 1. – 2.
Z tego warunku wyznaczymy sinus kąta załamania.

Kąt padania promienia od strony ośrodka 1. oznaczono w zadaniu jako α, a kąt załamania (jeśli istnieje) promienia w ośrodku 2. oznaczymy jako α_2. Zatem:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \rightarrow \quad \frac{\sin 60°}{\sin\alpha_2} = \frac{1{,}50}{1{,}83} \quad \rightarrow \quad \frac{0{,}8660}{\sin\alpha_2} \approx 0{,}8197$$

Zatem:

$$\sin\alpha_2 \approx 1{,}06 \quad \text{czyli} \quad \sin\alpha_2 > 1 \quad \text{NIEMOŻLIWE}$$

Ponieważ nie istnieje kąt, dla którego sinus jest większy od jedynki, to nie istnieje w tym przypadku kąt α_2 załamania promienia w ośrodku 2. Z tego wynika, że promień światła nie wniknie do ośrodka 2., tylko całkowicie odbije się od granicy ośrodków 1. – 2.

Zadanie 9.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. IX.10) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej […]; IX.11) oblicza siłę elektromotoryczną indukcji jako szybkość zmiany strumienia.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C2

Zadanie 9.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.7) wyodrębnia z tekstów […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska […]. IX.9) oblicza strumień pola magnetycznego przez powierzchnię […]; IX.10) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej […]; IX.11) oblicza siłę elektromotoryczną indukcji jako szybkość zmiany strumienia.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1. lub sposobem 2.)
3 pkt – poprawna metoda obliczenia średniej wartości siły elektromotorycznej indukcji **oraz** podanie prawidłowej wartości liczbowej z jednostką: $\mathcal{E}_2 \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$
2 pkt – (sposób 1.) zastosowanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji (SEM) dla prądnicy/ramki z prądem **oraz** poprawne obliczenie wartości SEM dla skrajnego kąta bez żadnego komentarza dotyczącego średniej wartości SEM, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 43° = \dots \approx 0{,}136\ \mathrm{V} \quad \text{albo} \quad \mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 45° = \dots \approx 0{,}141\ \mathrm{V}$$

LUB

– (sposób 1.) zastosowanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji (SEM) dla prądnicy/ramki z prądem **oraz** podstawienie do wzoru pośredniej wartości kąta albo dwóch wartości skrajnych:

$$\left(\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 44° \quad \text{albo} \quad (\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 43° \ \text{oraz}\ \mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 45°)\right)$$

LUB

– (sposób 2.) zastosowanie prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya **oraz** zapisanie zmiany strumienia jako różnicy strumieni przenikających ramkę w dwóch położeniach, **oraz** uwzględnienie/zapisanie wzoru na strumień, **oraz** uwzględnienie/zapisanie związku między zmianą kąta a czasem i prędkością kątową, np. zapisy równoważne poniższym:

$$|\mathcal{E}_2| = \frac{|BS\cos 45° - BS\cos 43°|}{\Delta t} \quad \text{oraz} \quad \Delta\alpha = \omega\Delta t$$

1 pkt – (sposób 1.) zastosowanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji (SEM) dla prądnicy/ramki z prądem, tzn. zapisanie wzoru z poprawną identyfikacją/uwzględnieniem (poprzez oznaczenie symbolami lub podstawienie wartości liczbowych) wielkości B, S, ω i miary kąta $\alpha = \angle(\vec{S}, \vec{B})$, np. zapisy równoważne poniższym:

$\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 43°$ albo $\mathcal{E}_2 = BS\omega \sin 45°$

LUB

– (sposób 2.) zastosowanie prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya, tzn. zapisanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji, **oraz** zapisanie zmiany strumienia jako różnicy strumieni przenikających ramkę w dwóch położeniach, **oraz** uwzględnienie wzoru na strumień, np. zapisy równoważne poniższym:

$|\mathcal{E}_2| = \dfrac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{\Delta t}$ oraz $\Phi_2 = BS\cos 45°$ oraz $\Phi_1 = BS\cos 43°$

– (sposób 2.) zastosowanie prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya, tzn. zapisanie wzoru na siłę elektromotoryczną indukcji, **oraz** zapisanie zmiany strumienia jako różnicy strumieni przenikających ramkę w dwóch położeniach, **oraz** zapisanie związku między zmianą kąta a czasem i prędkością kątową, np. zapisy równoważne poniższym:

$|\mathcal{E}_2| = \dfrac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{\Delta t}$ oraz $\Delta\alpha = \omega\Delta t$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1.

Skorzystamy ze wzoru na wartość siły elektromotorycznej dla ramki obracającej się w polu magnetycznym:

$$\mathcal{E} = BS\omega \sin\alpha(t) \quad \text{oraz} \quad \alpha(t) = \angle(\vec{S}, \vec{B}) = \omega t + \phi_0$$

gdzie $\vec{S}$ jest wektorem prostopadłym do powierzchni ramki, a ϕ_0 jest kątem w położeniu początkowym ramki (w chwili $t = 0$). W naszym przypadku mamy $\phi_0 = 0$. Ponadto zakładamy, że gdy ramka obracała się o mały kąt od $\alpha = 43^\circ$ do $\alpha = 45^\circ$, to wartość siły elektromotorycznej zmieniała się w bardzo małym przedziale.

Sposób A. kontynuacji rozwiązania sposobem 1.

Dobre przybliżenie siły elektromotorycznej z małego przedziału $\alpha \in [43°;\ 45°]$ zmienności kąta uzyskamy dla kąta pośredniego, czyli dla $\alpha = 44°$. Zatem:

$$\mathcal{E}_2 = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot 20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 44°$$

$$\mathcal{E}_2 = 20 \cdot 10^{-5} \cdot\ 0{,}695\ \frac{\mathrm{N \cdot s \cdot m^2}}{\mathrm{C \cdot m \cdot s}} \approx 0{,}139 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V} \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

Sposób B. kontynuacji rozwiązania sposobem 1.

Obliczymy wartości siły elektromotorycznej na krańcach przedziału $\alpha \in [43°;\ 45°]$ zmienności kąta:

$$\mathcal{E}_2(43°) = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot 20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 43° \approx 0{,}136\ \mathrm{V} \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

$$\mathcal{E}_2(45°) = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot 20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 45° \approx 0{,}141\ \mathrm{V} \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

Zauważamy, że wartość siły elektromotorycznej w przedziale zmienności kąta od $\alpha = 43°$ do $\alpha = 45°$ możemy w przybliżeniu – po zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących – uznać za równą $\mathcal{E}_2 = 0{,}14 \cdot 10^{-3}$ V.

Sposób 2.

Skorzystamy bezpośrednio z prawa indukcji elektromagnetycznej Faradaya:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

W powyższym wzorze $\Delta\Phi$ jest zmianą strumienia Φ indukcji magnetycznej:

$$\Phi = BS\cos\alpha(t) \qquad \text{oraz} \qquad \alpha(t) = \angle\left(\vec{S},\vec{B}\right) = \omega t + \phi_0$$

gdzie $\vec{S}$ jest wektorem prostopadłym do powierzchni ramki, a ϕ_0 jest kątem w położeniu początkowym ramki (w chwili $t = 0$). W naszym przypadku mamy $\phi_0 = 0$.

Zatem:

$$1)\quad |\mathcal{E}_2| = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{\Delta t} \qquad \text{oraz} \qquad \Phi_i = BS\cos\alpha_i = BS\cos\omega t_i$$

Obliczymy wartości strumieni indukcji magnetycznej dla krańców przedziału $\alpha \in [43°;\ 45°]$ zmienności kąta:

$$2)\quad \Phi_1 = BS\cos\alpha_1 = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot \cos 43° \approx 0{,}731 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{V \cdot s}$$

$$3)\quad \Phi_2 = BS\cos\alpha_2 = 10^{-3}\ \mathrm{T} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2 \cdot \cos 45° \approx 0{,}707 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{V \cdot s}$$

Obliczymy interwał czasu Δt dla zmienności kąta $\Delta\alpha$. Skorzystamy ze wzoru dla ruchu obrotowego jednostajnego:

$$4a)\quad \Delta\alpha = \omega\Delta t \qquad \rightarrow \qquad 4b)\quad \Delta t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$$

$$5)\quad \Delta t = \frac{45° - 43°}{20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} = \frac{2°}{20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} = \frac{2° \cdot \frac{\pi\ \mathrm{rad}}{180°}}{20\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} \approx \frac{2° \cdot \frac{3{,}1416}{180°}}{20}\ \mathrm{s} \approx 1{,}745 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}$$

Wyniki z 5), 2) i 3) podstawimy do wzoru 1):

$$6)\quad |\mathcal{E}_2| = \frac{|0{,}707 - 0{,}731| \cdot 10^{-5}\ \mathrm{V \cdot s}}{1{,}745 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}} \approx 0{,}0138 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{V} \approx 0{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

Zadanie 10. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. II.20) […] wykorzystuje równość między pracą siły wypadkowej i zmianą energii kinetycznej oraz zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń. VII.9) oblicza zmianę energii ładunku w polu jednorodnym […]. XII.2) posługuje się związkiem między energią całkowitą, masą cząstki i jej prędkością; posługuje się pojęciem energii spoczynkowej; XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu wartości prędkości **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do trzech cyfr znaczących: $\frac{v_Y}{c} \approx 0{,}674$

3 pkt – zapisanie związku między pracą siły elektrycznej działającej na pozyton (lub zmianą energii potencjalnej elektrycznej pozytonu) a zmianą energii kinetycznej pozytonu **oraz** wyrażenie różnicy energii kinetycznych pozytonu w punktach Y i X poprzez E_0 i prędkości pozytonu w punktach Y i X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$qU_{XY} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}}$$

2 pkt – zapisanie związku między pracą siły elektrycznej działającej na pozyton (lub zmianą energii potencjalnej elektrycznej pozytonu) a zmianą energii kinetycznej pozytonu **oraz** zapisanie związku między energią całkowitą pozytonu a jego energią kinetyczną i energią spoczynkową, **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku między energią całkowitą pozytonu a jego masą (albo energią spoczynkową) i prędkością, np. zapisy równoważne poniższym:

$$qU_{XY} = E_{kinY} - E_{kinX} \quad \text{oraz} \quad E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

LUB

– wyrażenie energii <u>kinetycznej</u> pozytonu w punkcie X poprzez E_0 i czynnik liczbowy albo wyrażenie różnicy energii kinetycznych pozytonu w punktach Y i X poprzez E_0 i prędkości pozytonu w punktach Y i X, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kinX} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}} - E_0 \qquad \text{albo} \qquad E_{kinY} - E_{kinX} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}}$$

1 pkt – zapisanie związku między pracą siły elektrycznej działającej na pozyton (lub zmianą energii potencjalnej elektrycznej pozytonu) a zmianą energii kinetycznej pozytonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$qU_{XY} = \Delta E_{kinXY}$ albo $qU_{XY} = E_{kinY} - E_{kinX}$

LUB

– zapisanie związku między energią całkowitą pozytonu a jego energią kinetyczną i energią spoczynkową **oraz** zapisanie/wykorzystanie związku między energią całkowitą pozytonu a jego masą (albo energią spoczynkową) i prędkością, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E = E_{kin} + E_0 \qquad \text{oraz} \qquad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

albo w jednym równaniu

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

LUB

– zapisanie równości między różnicą energii kinetycznych relatywistycznych a różnicą energii całkowitych relatywistycznych pozytonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$E_{kinY} - E_{kinX} = E_Y - E_X$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wykorzystamy twierdzenie o pracy siły wypadkowej i zmianie energii kinetycznej: praca siły elektrycznej działającej na pozyton (równa zmianie energii potencjalnej elektrycznej pozytonu) jest równa zmianie energii kinetycznej pozytonu od punktu X do punktu Y:

$$1)\quad qU_{XY} = E_{kinY} - E_{kinX}$$

Zastosujemy wzór relatywistyczny na energię kinetyczną.
Wykorzystamy fakt, że energia całkowita jest sumą energii spoczynkowej i energii kinetycznej, oraz zastosujemy wzór na energię całkowitą i spoczynkową:

$$2a)\quad E_{kin} = E - E_0 \qquad 2b)\quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad 2c)\quad E_0 = mc^2$$

Ze wzorów 2a), 2b) i 2c) wynika – po wyeliminowaniu masy – związek między energią kinetyczną a energią spoczynkową i prędkością:

$$2d)\quad E_{kin} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - E_0$$

Wzór 2d) zastosujemy w równaniu 1):

$$3a)\quad qU_{XY} = \left(\frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - E_0\right) - \left(\frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_X}{c}\right)^2}} - E_0\right)$$

$$3b)\quad qU_{XY} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{E_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v_X}{c}\right)^2}} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_X}{c}\right)^2}}\right)$$

Uwaga!
Wzór 3b) można było uzyskać od razu, po odnotowaniu, że różnica energii kinetycznych jest równa różnicy energii całkowitych:

$$qU_{XY} = E_{kinY} - E_{kinX} = E_Y - E_X$$

Podstawimy dane liczbowe do równania 3b) i rozwiążemy je względem v_Y:

$$4b)\quad |\mathrm{e}| \cdot 1{,}50 \cdot 10^5\ \mathrm{V} = 5{,}11 \cdot 10^5\ \mathrm{eV} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}}\right)$$

$$4c)\quad \frac{1{,}50 \cdot 10^5\ \mathrm{eV}}{5{,}11 \cdot 10^5\ \mathrm{eV}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}}$$

Uwaga! Wykorzystaliśmy fakt, że wartość bezwzględna ładunku elektronu $|\mathrm{e}|$ *razy* $1\ \mathrm{V}$ *jest równe jednostce energii* $1\ \mathrm{eV}$.

$$4d)\quad 0{,}2935 \approx \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_Y}{c}\right)^2}} - 1{,}0607 \quad \rightarrow \quad 4e)\quad \frac{v_y}{c} \approx \sqrt{1-\left(\frac{1}{1{,}3542}\right)^2}$$

$$4f)\quad \frac{v_Y}{c} \approx 0{,}6743\ldots \approx 0{,}674$$

Zadanie 11. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. XI.4) […] oblicza różnice energii między poziomami energetycznymi w atomie wodoru; XI.5) posługuje się pojęciem pędu fotonu; stosuje zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy; opisuje odrzut atomu emitującego kwant światła.

Zasady oceniania

Rozwiązanie będzie podlegało ocenie, gdy zdający spełni co najmniej jeden z poniższych warunków lub ich kombinację, określoną dalej w schemacie punktowania.

Warunek ZZP

Zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania pędu układu atom – foton, np. zapisy równoważne poniższym:

$$p_{at} - p_{f\,62} = 0$$

Warunek ENERGIE_PEDY

Wyrażenie energii kinetycznej atomu poprzez pęd atomu (bezpośrednio albo pośrednio poprzez prędkość i związek prędkości z pędem) **oraz** wyrażenie energii fotonu za pomocą pędu fotonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$\left(E_{kin\,at} = \frac{p_{at}^2}{2m_{at}} \text{ albo } \left(E_{kin\,at} = \frac{1}{2}mv_{at}^2 \text{ oraz } p_{at} = mv_{at}\right)\right) \text{ oraz } E_{f\,62} = p_{f\,62}c$$

Warunek E62

Zapisanie/wykorzystanie zasady zachowania energii układu atom – foton podczas emisji fotonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_6 - E_2 = E_{f\,62}$$

Warunek E62_wzory

Zapisanie wzoru na energię emitowanego fotonu wynikającego z zasady zachowania energii układu atom – foton podczas emisji fotonu **oraz** wykorzystanie wzorów na energie atomu wodoru w n-tym stanie energetycznym i podstawienie wartości liczbowych do wzoru na energię fotonu, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{f\,62} = \left(\frac{-13{,}606\ \mathrm{eV}}{6^2} - \frac{-13{,}606\ \mathrm{eV}}{2^2}\right)$$

Warunek ILORAZ_ENERGII_WZÓR
Spełnienie warunków: **ZZP** oraz **ENERGIE_PEDY,** oraz **E62,** oraz wyprowadzenie i zapisanie wzoru – wyrażonego w funkcji masy atomu i stanów energetycznych atomu – na iloraz energii kinetycznej odrzutu atomu i energii emitowanego fotonu, np. zapisy równoważne poniższym:

ZZP oraz **ENERGIE_PEDY** oraz **E62** $\rightarrow \quad \frac{E_{kin\ at}}{E_{f\ 62}} = \frac{E_6 - E_2}{2m_{at}c^2}$

Schemat punktowania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu energii kinetycznej odrzutu atomu i energii emitowanego fotonu oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego zaokrąglonego do dwóch cyfr znaczących i zapisanego w notacji wykładniczej:

metoda $\rightarrow \quad \frac{E_{kin\ at}}{E_{f\ 62}} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-9}$

3 pkt – spełnienie warunku **ILORAZ_ENERGII_WZÓR**
LUB
– spełnienie warunków: **ZZP** oraz **ENERGIE_PEDY** oraz **E62_wzory**

2 pkt – spełnienie warunków: **ZZP** oraz **ENERGIE_PEDY**
LUB
– spełnienie warunków: **ZZP** oraz **E62**
LUB
– spełnienie warunków: **ENERGIE_PEDY** oraz **E62**
LUB
– spełnienie warunku **E62_wzory**

1 pkt – spełnienie warunku **ZZP**
LUB
– spełnienie warunku **ENERGIE_PEDY**
LUB
– spełnienie warunku **E62**

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1a). (z wykorzystaniem faktu, że $E_{kin\ at} \ll E_{f\ 62}$)
Zastosujemy zasadę zachowania pędu: pęd układu atom – foton jest taki sam przed emisją i po emisji fotonu i ponadto wynosi zero. To oznacza, że po emisji atom i foton poruszają się w przeciwne strony i mają te same wartości pędu. Zgodnie z oznaczeniami w zadaniu mamy:

$$\text{1a)} \quad p_{at} - p_{f\ 62} = 0 \qquad \rightarrow \qquad \text{1b)} \quad p_{at} = p_{f\ 62}$$

Energię kinetyczną atomu i energię fotonu wyrazimy za pomocą ich pędów:

$$\text{2)} \quad E_{kin\ at} = \frac{p_{at}^2}{2m_{at}} \qquad\qquad \text{3)} \quad E_{f\ 62} = p_{f\ 62}c$$

Z równań 2), 3) i 1b) wynika:

$$\text{4)} \quad \frac{E_{kin\ at}}{E_{f\ 62}} = \frac{\frac{p_{at}^2}{2m_{at}}}{p_{f\ 62}c} = \frac{p_{f\ 62}}{2m_{at}c} = \frac{E_{f\ 62}}{2m_{at}c^2}$$

Obliczymy energię emitowanego fotonu. Zastosujemy zasadę zachowania energii: energia całkowita układu atom – foton jest taka sama przed emisją i po emisji fotonu. Energię atomu wodoru w n-tym stanie energetycznym oznaczymy jako E_n. Zatem:

$$5)\quad E_6 + m_{at}c^2 = E_2 + m_{at}c^2 + E_{kin\,at} + E_{f\,62} \quad \rightarrow$$

$$5a)\quad E_6 - E_2 = E_{kin\,at} + E_{f\,62} \quad \rightarrow$$

Wiemy, że w zjawisku emisji fotonu z atomu wodoru foton unosi prawie całą energię, która wydziela się podczas przejścia elektronu na niższe stany energetyczne. Zatem w równaniu 5a) pominiemy energię kinetyczną atomu (zgodnie ze wskazówką w zadaniu):

$$5b)\quad E_6 - E_2 = E_{f\,62}$$

Wynik podstawimy do równania 4)

$$6)\quad \frac{E_{kin\,at}}{E_{f\,62}} = \frac{E_6 - E_2}{2m_{at}c^2}$$

Obliczymy wartość liczbową z jednostką różnicy $E_6 - E_2$:

$$7)\quad E_6 - E_2 = -13{,}606\ \mathrm{eV} \cdot \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{2^2}\right) \approx 3{,}0236\ \mathrm{eV} \approx 4{,}8443 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Obliczymy wartość liczbową z jednostką energii spoczynkowej atomu $m_{at}c^2$:

$$8)\quad m_{at}c^2 = 1{,}6735 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot (2{,}9979 \cdot 10^8)^2 \approx\ 1{,}5040 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J}$$

Wartości otrzymane w 7) i 8) podstawimy do 6):

$$9)\quad \frac{E_{kin\,at}}{E_{f\,62}} = \frac{4{,}8443 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{2 \cdot 1{,}5040 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J}} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-9}$$

<u>Sposób 1b).</u> (bez założenia, że $E_{kin\,at} \ll E_{f\,62}$)

Uwaga! To rozwiązanie podajemy w celach dydaktycznych do analizy na zajęciach. Rekomendujemy je jako dowód własności, że foton unosi prawie całą energię, która wydziela się podczas przejścia elektronu na niższy stan energetyczny atomu wodoru.

Zastosujemy zasadę zachowania pędu: pęd układu atom – foton jest taki sam przed emisją i po emisji fotonu i ponadto wynosi zero. To oznacza, że po emisji atom i foton poruszają się w przeciwne strony i mają te same wartości pędu. Zgodnie z oznaczeniami w zadaniu mamy:

$$1a)\quad p_{at} - p_{f\,62} = 0 \qquad \rightarrow \qquad 1b)\quad p_{at} = p_{f\,62}$$

Energię kinetyczną atomu i energię fotonu wyrazimy za pomocą ich pędów:

$$2)\quad E_{kin\,at} = \frac{p_{at}^2}{2m_{at}} \qquad\qquad 3)\quad E_{f\,62} = p_{f\,62}c$$

Z równań 2), 3) i 1b) wynika:

$$4)\quad \frac{E_{kin\,at}}{E_{f\,62}} = \frac{\frac{p_{at}^2}{2m_{at}}}{p_{f\,62}c} = \frac{p_{f\,62}}{2m_{at}c} = \frac{E_{f\,62}}{2m_{at}c^2}$$

Obliczymy energię fotonu. Zastosujemy zasadę zachowania energii: energia całkowita układu atom – foton jest taka sama przed emisją i po emisji fotonu. Energię atomu wodoru w n-tym stanie energetycznym oznaczymy jako E_n. Zatem:

$$5)\quad E_6 + m_{at}c^2 = E_2 + m_{at}c^2 + E_{kin\ at} + E_{f\ 62} \quad \rightarrow$$

$$5a)\quad E_6 - E_2 = E_{kin\ at} + E_{f\ 62} \quad \rightarrow$$

W powyższym równaniu uwzględnimy równanie 4):

Uwaga! Zauważ, że w tej metodzie nie pomijamy $E_{kin\ at}$ w obliczeniach energii fotonu.

$$5b)\quad E_6 - E_2 = \frac{E_{f\ 62}^2}{2m_{at}c^2} + E_{f\ 62} \quad \Leftrightarrow \quad E_{f\ 62}^2 + 2m_{at}c^2 \cdot E_{f\ 62} - 2m_{at}c^2 \cdot (E_6 - E_2) = 0$$

Rozwiążemy równanie kwadratowe względem $E_{f\ 62}$. Wybierzemy rozwiązanie dodatnie, ponieważ energia fotonu jest dodatnia:

$$6)\quad E_{f\ 62} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2m_{at}c^2 + \sqrt{(2m_{at}c^2)^2 + 4 \cdot 2m_{at}c^2 \cdot (E_6 - E_2)}}{2} \quad \rightarrow$$

$$6a)\quad E_{f\ 62} = \sqrt{(m_{at}c^2)^2 + 2m_{at}c^2 \cdot (E_6 - E_2)} - m_{at}c^2 \quad \rightarrow$$

$$6b)\quad E_{f\ 62} = m_{at}c^2\sqrt{1 + \frac{2(E_6 - E_2)}{m_{at}c^2}} - m_{at}c^2 = m_{at}c^2\left(\sqrt{1 + \frac{2(E_6 - E_2)}{m_{at}c^2}} - 1\right)$$

Otrzymany wynik wstawimy do równania 4). Po przekształceniu otrzymujemy:

$$7)\quad \frac{E_{kin\ at}}{E_{f\ 62}} = \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{2(E_6 - E_2)}{m_{at}c^2}} - 1\right)}{2}$$

Sposób A kontynuowania obliczeń od równania 7):

Obliczymy wartość liczbową z jednostką różnicy $E_6 - E_2$:

$$8)\quad E_6 - E_2 = -13{,}606\ \mathrm{eV} \cdot \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{2^2}\right) \approx 3{,}0236\ \mathrm{eV} \approx 4{,}8443 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Obliczymy wartość liczbową z jednostką energii spoczynkowej atomu $m_{at}c^2$:

$$9)\quad m_{at}c^2 = 1{,}6735 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot (2{,}9979 \cdot 10^8)^2 \approx 1{,}5040 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J}$$

Wartości otrzymane w 8) i 9) podstawimy do 7). Do obliczeń użyjemy kalkulatora naukowego:

$$10)\quad \frac{E_{kin\ at}}{E_{f\ 62}} = \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 4{,}8443 \cdot 10^{-19}}{1{,}5040 \cdot 10^{-10}}} - 1\right)}{2} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-9}$$

Sposób B kontynuowania obliczeń od równania 7):

Skorzystamy z przybliżenia funkcji $f(x) = \sqrt{1 + x}$ dla $x \ll 1$: $f(x) = \sqrt{1 + x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$

Zauważmy (po analizie rzędów wielkości), że:

$$8)\quad \frac{2(E_6 - E_2)}{m_{at}c^2} \ll 1$$

Zatem możemy zastosować wspomniane powyżej przybliżenie:

$$9)\quad \frac{E_{kin\ at}}{E_{f\ 62}} = \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{2(E_6 - E_2)}{m_{at}c^2}} - 1\right)}{2} \approx \frac{\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2(E_6 - E_2)}{m_{at}c^2} - 1\right)}{2} = \frac{(E_6 - E_2)}{2m_{at}c^2}$$

Obliczymy wartość liczbową z jednostką różnicy $E_6 - E_2$:

$$10)\quad E_6 - E_2 = -13{,}606\ \text{eV}\cdot\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{2^2}\right) \approx 3{,}0236\ \text{eV} \approx 4{,}8443\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Obliczymy wartość liczbową z jednostką energii spoczynkowej atomu $m_{at}c^2$:

$$11)\quad m_{at}c^2 = 1{,}6735\cdot 10^{-27}\ \text{kg}\cdot(2{,}9979\cdot 10^8)^2 \approx\ 1{,}5040\cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

Wartości otrzymane w 10) i 11) podstawimy do 9).

$$12)\quad \frac{E_{kin\ at}}{E_{f\ 62}} = \frac{4{,}8443\cdot 10^{-19}\ \text{J}}{2\cdot 1{,}5040\cdot 10^{-10}\ \text{J}} \approx 1{,}6\cdot 10^{-9}$$

Sposób 2.

Obliczymy energię emitowanego fotonu. Zastosujemy zasadę zachowania energii: różnica energii całkowitych układu atom – foton przed emisją i po emisji fotonu jest równa energii wydzielonej podczas emisji. Energię atomu wodoru w n-tym stanie energetycznym oznaczymy jako E_n. Uwzględnimy fakt, że foton unosi praktycznie całą energię wydzieloną podczas przejścia elektronu na niższy stan energetyczny:

$$1)\quad E_{f\ 62} = E_6 - E_2$$

Wykorzystamy wzory na energie n-tego stanu atomu wodoru

$$2)\quad E_{f\ 62} = \left(\frac{-13{,}606\ \text{eV}}{6^2} - \frac{-13{,}606\ \text{eV}}{2^2}\right) \approx 3{,}0236\ \text{eV} \approx 4{,}8443\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Obliczymy energię kinetyczną, jaką uzyskał atom wodoru w wyniku odrzutu:

$$3)\quad E_{kin\ at} = \frac{m_{at}v_{at}^2}{2} = \frac{p_{at}^2}{2m_{at}}$$

gdzie p_{at} jest wartością pędu atomu wodoru. Zatem pozostaje wyznaczyć pęd atomu. Zastosujemy zasadę zachowania pędu: pęd układu atom – foton jest taki sam przed emisją i po emisji fotonu i ponadto wynosi zero. To oznacza, że po emisji atom i foton poruszają się w przeciwne strony i mają te same wartości pędu. Zgodnie z oznaczeniami w zadaniu mamy:

$$4a)\quad p_{at} - p_{f\ 62} = 0 \qquad \rightarrow \qquad 4b)\quad p_{at} = p_{f\ 62}$$

W równaniu 4b) zastosujemy związek $E_f = p_f c$ między pędem fotonu a jego energią:

$$5a)\quad p_{at} = p_{f\ 62} = \frac{E_{f\ 62}}{c} \quad \rightarrow$$

$$5b)\quad p_{at} = \frac{4{,}8443 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{2{,}9979 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \approx 1{,}6159 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Otrzymany wynik podstawimy do równania 3):

$$6)\quad E_{kin\ at} = \frac{\left(1{,}6159 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 1{,}6735 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}} \approx 7{,}8014 \cdot 10^{-28}\ \mathrm{J}$$

Zatem szukany iloraz energii wynosi

$$12)\quad \frac{E_{kin\ at}}{E_{f\ 62}} = \frac{7{,}8014 \cdot 10^{-28}\ \mathrm{J}}{4{,}8443 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-9}$$

Zadanie 12.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej; XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych; posługuje się pojęciem energii wiązania; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania; XII.15) opisuje reakcję rozszczepienia jądra uranu $^{235}\mathrm{U}$ zachodzącą w wyniku pochłonięcia neutronu […].

Zasady oceniania
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch stwierdzeniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PF

Zadanie 12.2. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: XII.5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej; XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.15) opisuje reakcję rozszczepienia jądra uranu $^{235}\mathrm{U}$ zachodzącą w wyniku pochłonięcia neutronu […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 12.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.15) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zaokrąglony do zadanej liczby cyfr znaczących. XII.3) opisuje równoważność masy i energii spoczynkowej; XII.7) stosuje zasadę zachowania energii do opisu reakcji jądrowych […]; XII.8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową […]; XII.15) opisuje reakcję rozszczepienia jądra uranu $^{235}\mathrm{U}$ zachodzącą w wyniku pochłonięcia neutronu […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia masy jądra X **oraz** podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką: $m_{\mathrm{X}} \approx 233{,}9 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

2 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla reakcji rozszczepienia uranu z uwzględnieniem energii kinetycznej i energii spoczynkowej substratów i produktów reakcji **oraz** zastosowanie (dla każdego produktu i substratu) wzoru Einsteina wiążącego energię spoczynkową i masę, np. zapisy równoważne poniższym:

$$m_{\mathrm{U}}c^2 + m_{\mathrm{n}}c^2 = E_{kin\,prod} + m_{\mathrm{X}}c^2 + m_{\mathrm{Kr}}c^2 + 3m_{\mathrm{n}}c^2$$

albo

$$\frac{E_{kin\,prod}}{c^2} = m_{\mathrm{U}} + m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{X}} - m_{\mathrm{Kr}} - 3m_{\mathrm{n}}$$

1 pkt – zapisanie równania wynikającego z zasady zachowania energii dla reakcji rozszczepienia uranu z uwzględnieniem (wystarczy poprzez oznaczenie) energii kinetycznej i energii spoczynkowej substratów i produktów reakcji, np. zapisy równoważne poniższym:

$$E_{kin\,subs} + E_{0\,subs} = E_{kin\,prod} + E_{0\,prod} \quad \text{oraz} \quad E_{kin\,subs} = 0$$

albo

$$E_{0\,\mathrm{U}} + E_{0\,\mathrm{n}} = E_{kin\,prod} + E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\mathrm{Kr}} + 3E_{0\,\mathrm{n}}$$

albo

$$E_{kin\,prod} = E_{0\,\mathrm{U,n}} - E_{0\,\mathrm{X,Kr,3n}}$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Zastosujemy zasadę zachowania energii. Energia całkowita (substratów) układu przed reakcją rozszczepienia uranu jest równa energii całkowitej (produktów) po reakcji rozszczepienia uranu. Energia całkowita jest sumą energii kinetycznej oraz energii spoczynkowej:

$$E_{kin\,subs} + E_{0\,subs} = E_{kin\,prod} + E_{0\,prod}$$

Uwzględnimy fakt, że energia całkowita substratów (lub produktów) reakcji jest sumą energii kinetycznych oraz energii spoczynkowych wszystkich jąder i cząstek przed rozszczepieniem (lub odpowiednio po rozszczepieniu). Wykorzystamy warunek zadania, zgodnie z którym pomijamy energie kinetyczne substratów reakcji (neutronu i jądra uranu). Zatem:

$$E_{0\,\mathrm{U}} + E_{0\,\mathrm{n}} = E_{kin\,prod} + E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\mathrm{Kr}} + 3E_{0\,\mathrm{n}}$$

$$E_{0\,\mathrm{U}} = E_{kin\,prod} + E_{0\,\mathrm{X}} + E_{0\,\mathrm{Kr}} + 2E_{0\,\mathrm{n}}$$

Wykorzystamy dalej związek między masą a energią spoczynkową (wzór Einsteina):

$$m_{\mathrm{U}}c^2 = E_{kin\,prod} + m_{\mathrm{X}}c^2 + m_{\mathrm{Kr}}c^2 + 2m_{\mathrm{n}}c^2$$

Przekształcimy powyższe równanie, podstawimy dane i wykonamy obliczenia:

$$m_{\mathrm{X}} = m_{\mathrm{U}} - m_{\mathrm{Kr}} - 2m_{\mathrm{n}} - \frac{E_{kin\,prod}}{c^2}$$

$$m_{\mathrm{X}} = (390{,}216 - 152{,}614 - 2 \cdot 1{,}675) \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} - \frac{173{,}3 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}}{2{,}998^2 \cdot 10^{16}}\ \mathrm{kg}$$

$$m_{\mathrm{X}} \approx 234{,}252 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} - 0{,}309 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 233{,}943 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

$$m_{\mathrm{X}} \approx 233{,}9 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$