CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to M-400.

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

TEST DIAGNOSTYCZNY

Symbol arkusza
MMAP-P0-400-2212

DATA: **14 grudnia 2022 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS TRWANIA: **do 270 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY
Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 63 strony (zadania 1–33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Pamiętaj, że istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
3. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
4. Nie wypełniaj karty odpowiedzi dołączonej do arkusza.
5. W zadaniach zamkniętych zaznacz swój wybór znakiem ✕, np.:

   A.

   B.

   C.

   D.

Jeśli się pomylisz, otocz znak X kółkiem i zaznacz inną odpowiedź, np.:

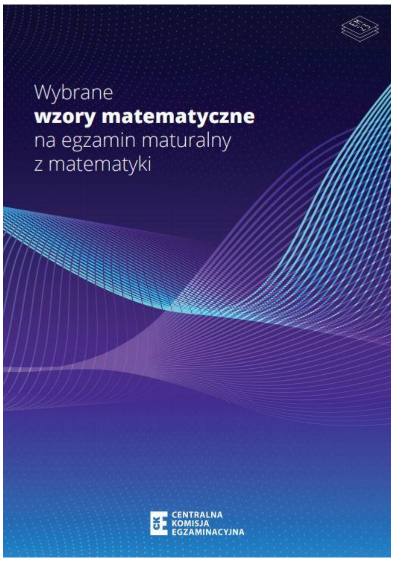
A.

B.

C.

D.

6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z taką okładką, jak poniżej.



Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ jest równa

A. $\sqrt[6]{5}$

B. $\sqrt[3]{25}$

C. $\sqrt{5}$

D. $\sqrt[3]{5}$

BRUDNOPIS

Zadanie 2. (0–1)

Pan Nowak kupił obligacje Skarbu Państwa za $40\,000$ zł oprocentowane 7% w skali roku.
Odsetki są naliczane i kapitalizowane co rok.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość obligacji kupionych przez pana Nowaka będzie po dwóch latach równa

A. $40\,000 \cdot (1{,}07)^2$ zł

B. $40\,000 \cdot (1{,}7)^2$ zł

C. $40\,000 \cdot 1{,}14$ zł

D. $40\,000 \cdot 1{,}49$ zł

BRUDNOPIS

Zadanie 3. (0–1)

Właściciel sklepu kupił w hurtowni 50 par identycznych spodni po x zł za parę i 40 identycznych marynarek po y zł za sztukę. Za zakupy w hurtowni zapłacił 8000 zł.
Po doliczeniu marży 50% na każdą parę spodni i 20% na każdą marynarkę ceny detaliczne spodni i marynarki były jednakowe.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cenę pary spodni x oraz cenę marynarki y, jakie trzeba zapłacić w hurtowni, można obliczyć z układu równań

A. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0{,}5x = 0{,}2y \end{cases}$

B. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 0{,}5x = 0{,}2y \end{cases}$

C. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 1{,}5x = 1{,}2y \end{cases}$

BRUDNOPIS

Zadanie 4. (0–1)

Liczby rzeczywiste x i y są dodatnie oraz $x \neq y$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}$ można przekształcić do postaci

A. $\frac{2}{x-y}$

B. $\frac{2}{x^2-y^2}$

C. $\frac{2x}{x^2-y^2}$

D. $\frac{-2xy}{x+y}$

BRUDNOPIS

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym wszystkie cyfry są różne, jest

A. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$

B. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

D. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

BRUDNOPIS

Zadanie 6. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -\log x$ dla wszystkich liczb rzeczywistych dodatnich x.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość funkcji f dla argumentu $x = \sqrt{10}$ jest równa

A. 2

B. $\left(-\frac{1}{2}\right)$

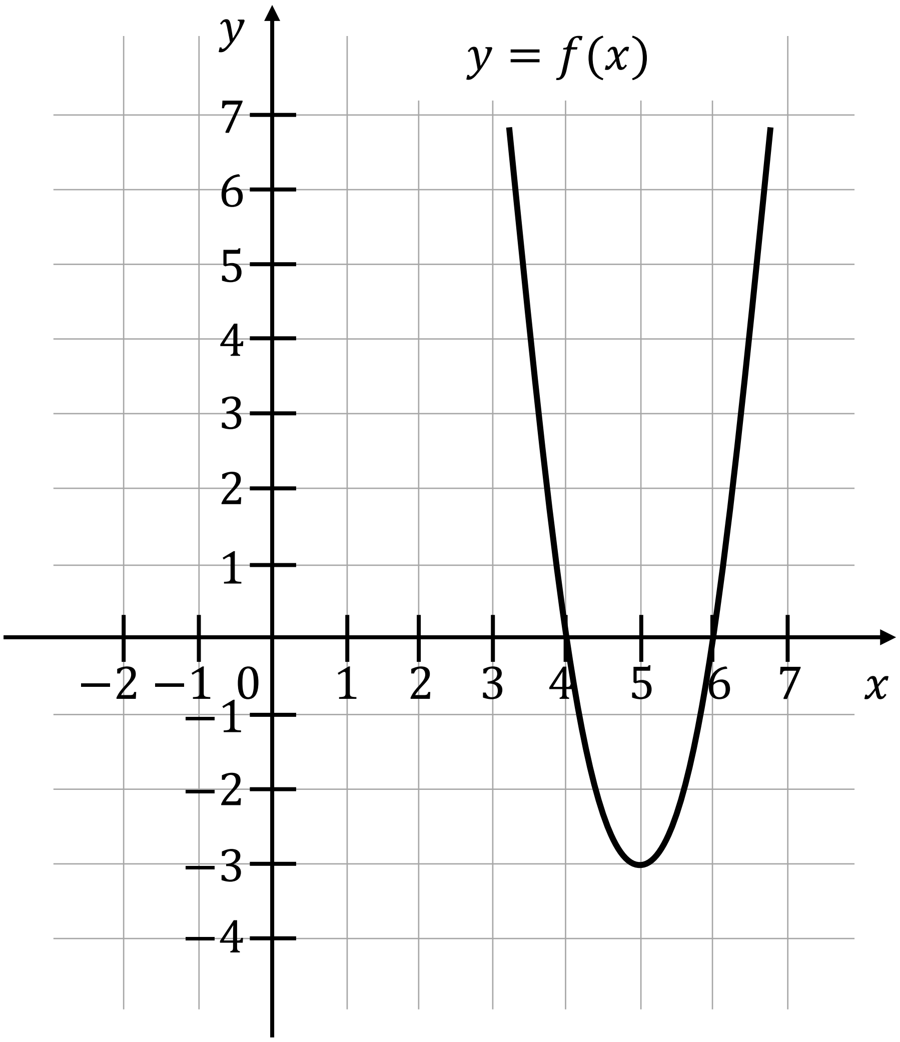
C. $\frac{1}{2}$

D. (-2)

BRUDNOPIS

Zadanie 7.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, ma współrzędne $(5, -3)$. Jeden z punktów przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych ma współrzędne $(4, 0)$.



Zadanie 7.1. (0–1)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich wartości funkcji f.

....

BRUDNOPIS

Zadanie 7.2. (0–2)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–1)
Dana jest nierówność kwadratowa

$$(3x - 9)(x + k) < 0$$

z niewiadomą x i parametrem $k \in \mathbb{R}$. Rozwiązaniem tej nierówności jest przedział $(-2, 3)$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. (-2)

B. 2

C. (-3)

D. 3

BRUDNOPIS

Zadanie 9. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b i c są liczbami rzeczywistymi takimi, że $a \neq 0$ oraz $c < 0$. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Zaznacz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wykres funkcji f leży w całości

A. nad osią Ox,

B. pod osią Ox,

ponieważ

1. $a < 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
2. $a > 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
3. $a < 0$ i $b^2 - 4ac = 0$.

BRUDNOPIS

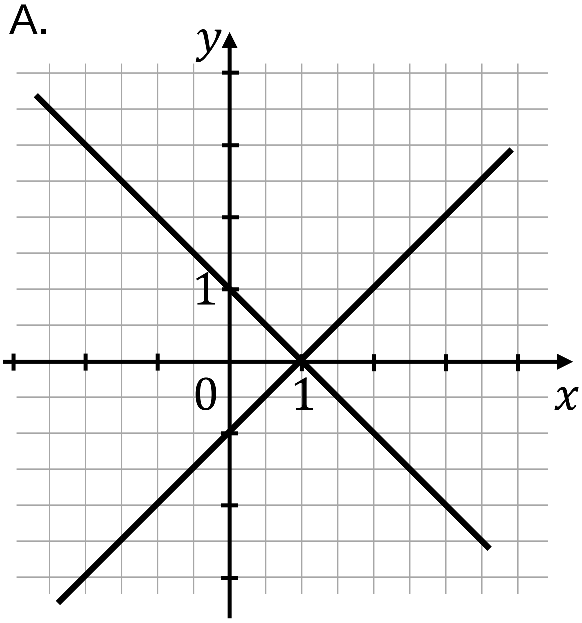
Zadanie 10. (0–1)

Dany jest układ równań

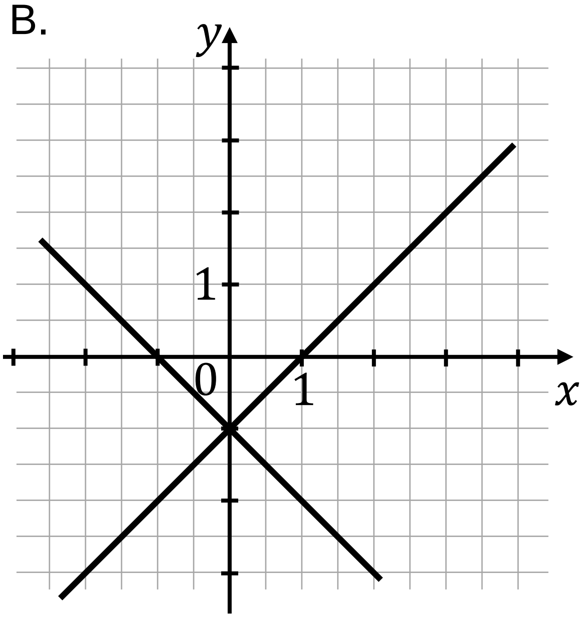
$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Na którym z rysunków A–D przedstawiona jest interpretacja geometryczna tego układu równań? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

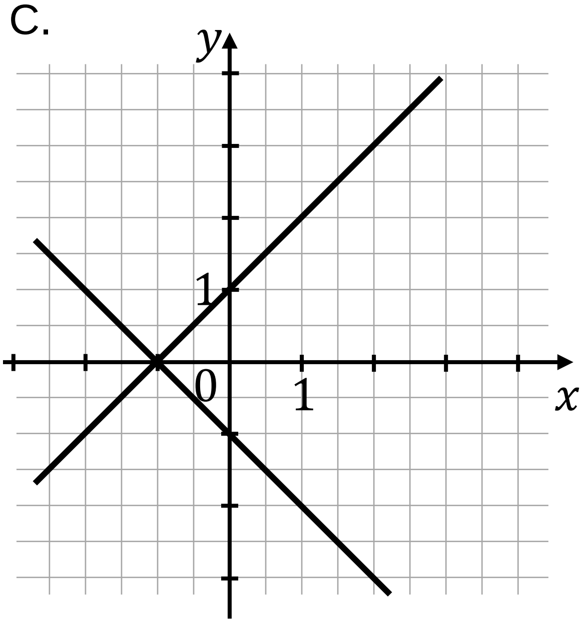
A.



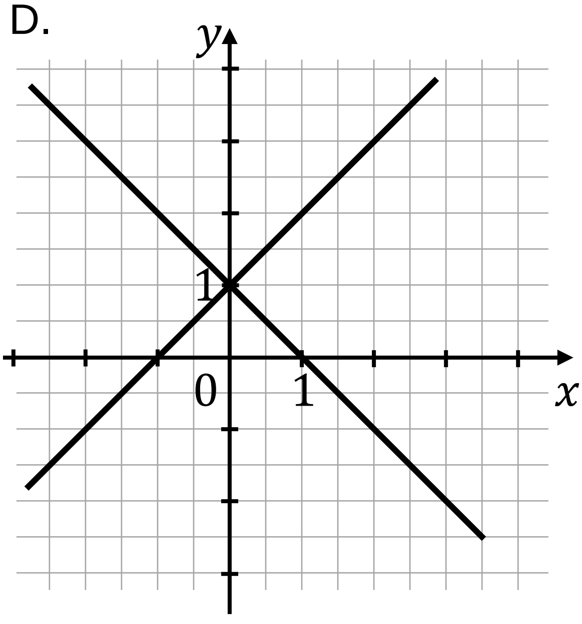
B.



C.



D.



BRUDNOPIS

Zadanie 11. (0–1)

Dany jest wielomian W określony wzorem

$$W(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 6$$

dla każdej liczby rzeczywistej x.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian W przy rozkładzie na czynniki ma postać

A. $W(x) = (x + 2)(x^2 - 3)$

B. $W(x) = (x - 2)(x^2 - 3)$

C. $W(x) = (x + 2)(x^2 + 3)$

D. $W(x) = (x - 2)(x^2 + 3)$

BRUDNOPIS

Zadanie 12. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(4-x)(2x-3)}{(3x-5)(3-2x)} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie.

B. dwa rozwiązania.

C. trzy rozwiązania.

D. cztery rozwiązania.

BRUDNOPIS

Zadanie 13. (0–1)

Dana jest nierówność

$$2-\frac{x}{2} \geq \frac{x}{3}-3$$

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

A. 6

B. 5

C. 7

D. (-6)

BRUDNOPIS

Zadanie 14. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $5n^2 + 15n$ jest podzielna przez 10.

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n^2 + n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F
Ósmy wyraz ciągu (a_n) jest równy 136.	P	F

BRUDNOPIS

Zadanie 16. (0–1)

Pięciowyrazowy ciąg $\left(-3,\ \frac{1}{2},\ x,\ y,\ 11\right)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y są równe

A. $x = 4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

B. $x = \frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

C. $x = -4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

D. $x = -\frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

BRUDNOPIS

Zadanie 17. (0–2)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

W tym ciągu $a_1 = -5$, $a_2 = 15$, $a_3 = -45$.

Dokończ zdanie. Zaznacz <u>dwie</u> odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

A. $a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$

B. $a_n = -5 \cdot (-3)^n$

C. $a_n = -5 \cdot 3^{n-1}$

D. $a_n = -5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

E. $a_n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

F. $a_n = 5 \cdot (-3)^n \cdot 3$

BRUDNOPIS

Zadanie 18. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{16}{9}$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ jest równa

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

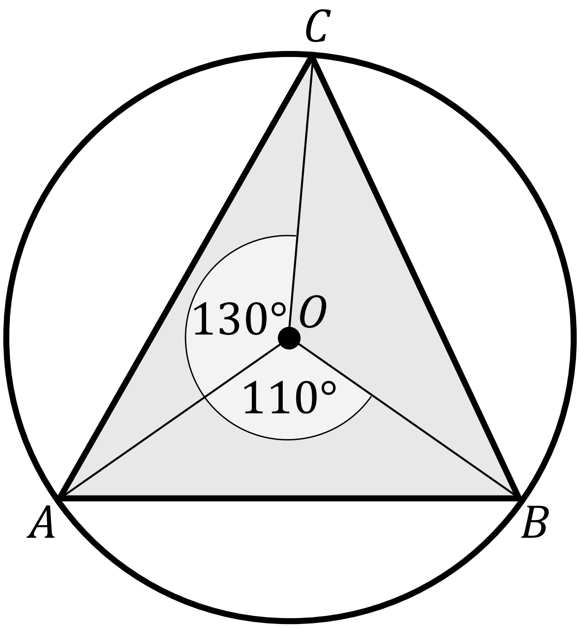
C. $\frac{16}{9}$

D. $\frac{9}{16}$

BRUDNOPIS

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek).
Ponadto $|\sphericalangle AOC| = 130°$ oraz $|\sphericalangle BOA| = 110°$.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wewnętrznego BAC trójkąta ABC jest równa

A. $60°$

B. $55°$

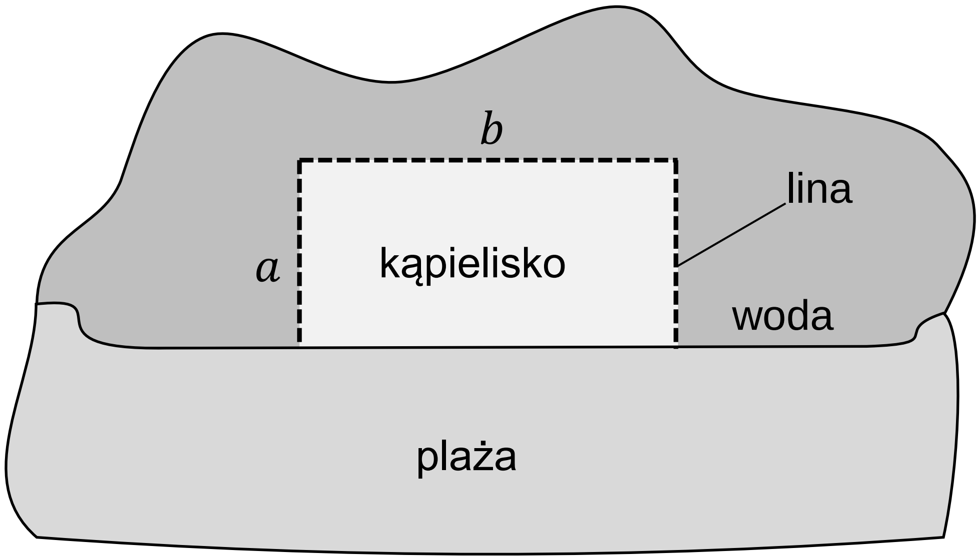
C. $50°$

D. $65°$

BRUDNOPIS

Zadanie 20. (0–4)

Do wyznaczenia trzech boków pewnego kąpieliska w kształcie prostokąta należy użyć liny o długości 200 m. Czwarty bok tego kąpieliska będzie pokrywał się z brzegiem plaży, który w tym miejscu jest linią prostą (zobacz rysunek).

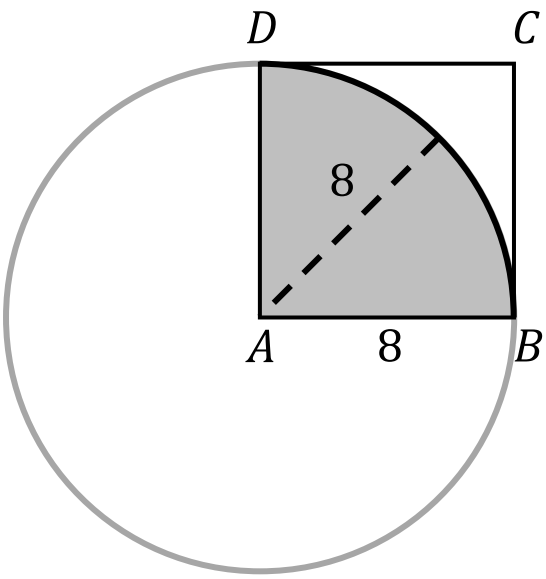


Oblicz wymiary a i b kąpieliska tak, aby jego powierzchnia była największa.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0–1)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 8. Z wierzchołka A zakreślono koło o promieniu równym długości boku kwadratu (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni <u>części wspólnej</u> koła i kwadratu jest równe

A. 16π

B. 8π

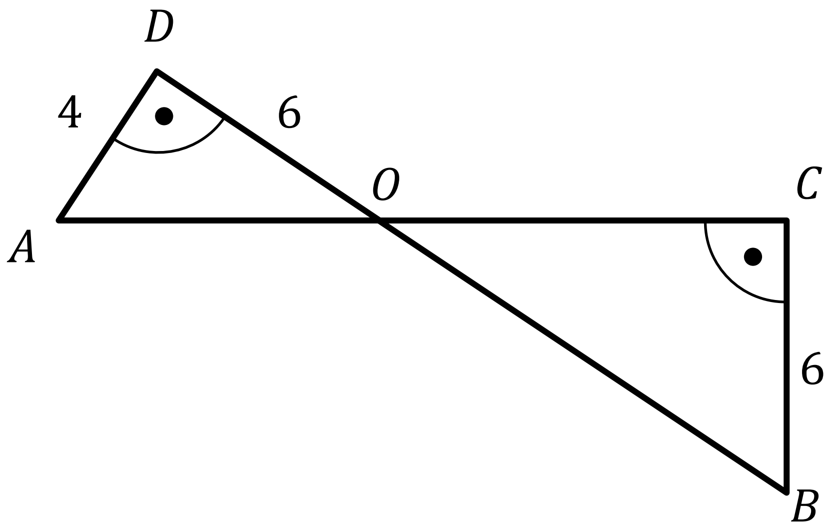
C. $4\sqrt{2}\pi$

D. $16\sqrt{2}\pi$

BRUDNOPIS

Zadanie 22. (0–1)

Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O. Ponadto $|AD| = 4$ i $|OD| = |BC| = 6$. Kąty ODA i BCO są proste (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka OC jest równa

A. 9

B. 8

C. $2\sqrt{13}$

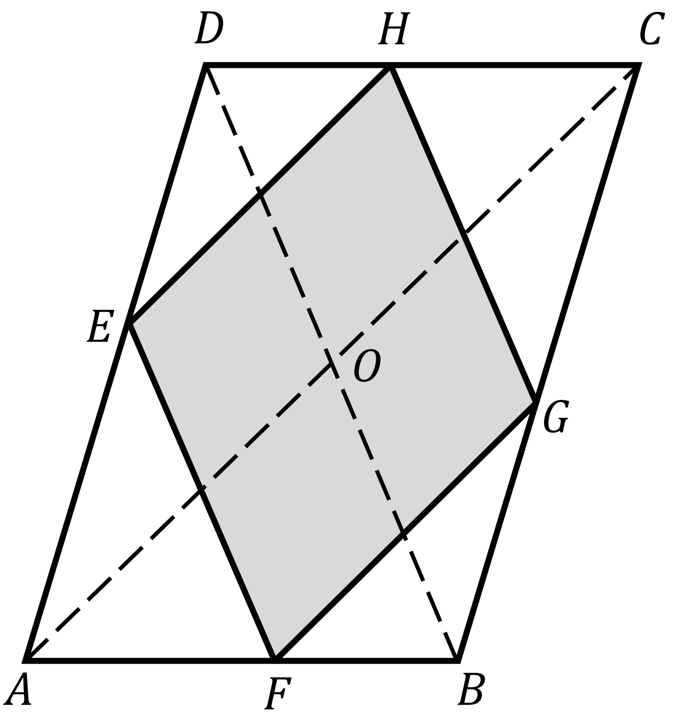
D. $3\sqrt{13}$

BRUDNOPIS

Zadanie 23. (0–2)

Przekątne równoległoboku $ABCD$ mają długości: $|AC| = 16$ oraz $|BD| = 12$.

Wierzchołki E, F, G oraz H rombu $EFGH$ leżą na bokach równoległoboku $ABCD$ (zobacz rysunek). Boki tego rombu są równoległe do boków tego równoległoboku.



Oblicz długość boku rombu $EFGH$.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 24. (0–2)

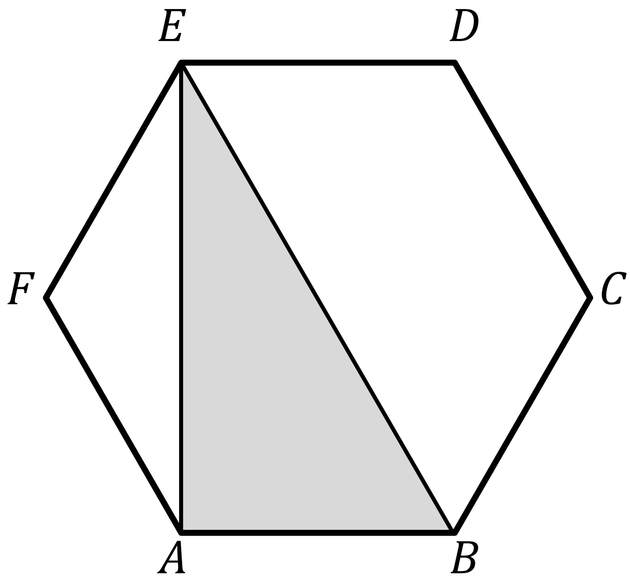
Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 3$, $\cos \measuredangle BAC = \frac{4}{5}$.

Oblicz pole trójkąta ABC.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 25.

Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$ o polu równym $6\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



Zadanie 25.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABE jest równe

A. 6

B. $4\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. 4

BRUDNOPIS

Zadanie 25.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka AE jest równa

A. 2

B. $2\sqrt{3}$

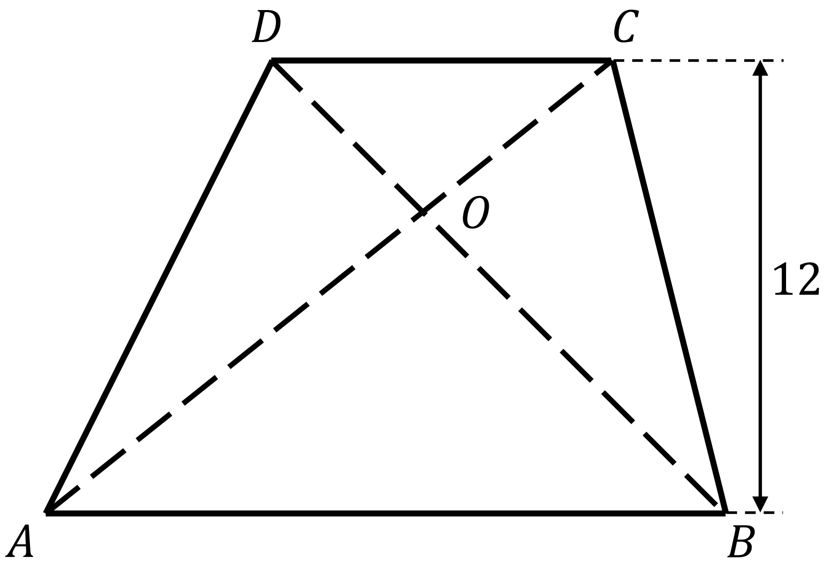
C. $4\sqrt{3}$

D. 4

BRUDNOPIS

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB||CD$ oraz przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O (zobacz rysunek). Wysokość tego trapezu jest równa 12. Obwód trójkąta ABO jest równy 39, a obwód trójkąta CDO jest równy 13.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość trójkąta ABO poprowadzona z punktu O jest równa

A. 3

B. 4

C. 9

D. 6

BRUDNOPIS

Zadanie 27. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o równaniu

$$(x-3)^2+(y-3)^2=13$$

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ przecina oś Oy w punktach o współrzędnych

A. $(0,1)$ i $(0,5)$.

B. $(0,1)$ i $(0,-5)$.

C. $(1,0)$ i $(5,0)$.

D. $(0,-1)$ i $(0,5)$.

BRUDNOPIS

Zadanie 28. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są proste k oraz l o równaniach

$$k\colon \ y = \frac{1}{3}x - 1$$

$$l\colon \ y = -3x + 6$$

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l

A. nie mają punktów wspólnych.

B. są prostopadłe.

C. przecinają się w punkcie $P = (0, -1)$.

D. się pokrywają.

BRUDNOPIS

Zadanie 29. (0–1)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są punkty $A = (1, 2)$ i $B = (2m, m)$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą, oraz prosta k o równaniu $y = -x - 1$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkty A i B jest równoległa do prostej k, gdy

A. $m = -1$

B. $m = 1$

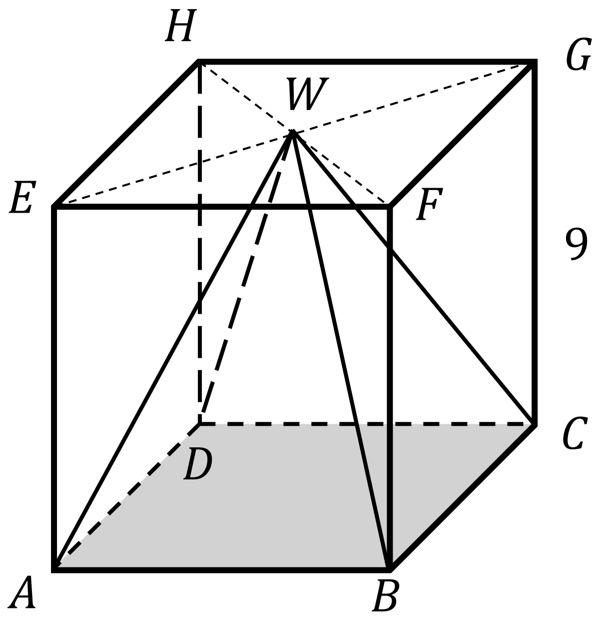
C. $m = \frac{1}{2}$

D. $m = 2$

BRUDNOPIS

Zadanie 30.

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 9. Wierzchołki podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W, który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDW$ (zobacz rysunek).



Zadanie 30.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość V ostrosłupa $ABCDW$ jest równa

A. 243

B. $364{,}5$

C. 489

D. 729

BRUDNOPIS

Zadanie 30.2. (0–2)

Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 31. (0–1)

Dany jest sześcian $\mathcal{F}$ o krawędzi długości a i objętości V oraz sześcian $\mathcal{G}$ o krawędzi długości $3a$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość sześcianu $\mathcal{G}$ jest równa

A. $3V$

B. $9V$

C. $18V$

D. $27V$

BRUDNOPIS

Zadanie 32. (0–1)
Na loterii stosunek liczby losów wygrywających do liczby losów przegrywających jest równy $2 : 7$. Zakupiono jeden los z tej loterii.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony los jest wygrywający, jest równe

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{2}{7}$

BRUDNOPIS

Zadanie 33. (0–2)

W eksperymencie badano kiełkowanie nasion w pięciu donicach. Na koniec eksperymentu policzono wykiełkowane nasiona w każdej z donic:

- w I donicy – 133 nasiona
- w II donicy – 140 nasion
- w III donicy – 119 nasion
- w IV donicy – 147 nasion
- w V donicy – 161 nasion.

Odchylenie standardowe liczby wykiełkowanych nasion jest równe $\sigma = 14$.

Podaj numery donic, w których liczba wykiełkowanych nasion mieści się w przedziale określonym przez jedno odchylenie standardowe od średniej.

Zapisz obliczenia.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2023