INFORMATIONSSCHRIFT
über
die Mathematikprüfung
für **die Schüler**
der achten Klasse

ab dem Schuljahr 2018/2019

Zentrale Prüfungskommission
Warszawa 2017

Redaktionsteam:

Edyta Warzecha (ZPK)
Renata Świrko (BPK in Gdańsk)
Iwona Łuba (BPK in Łomża)
Sabina Pawłowska (BPK in Warszawa)
Prof. Dr. hab. Zbigniew Semadeni
Agnieszka Sułowska
Józef Daniel (ZPK)
Dr. Marcin Smolik (ZPK)

Rezensenten:

Prof. Dr. hab. Zbigniew Marciniak
Dr. hab. Maciej Borodzik
Dr. Anna Widur
Dr. Tomasz Karpowicz (sprachliche Rezension)

Die Informationsschrift wurde von der Zentralen Prüfungskommission in Zusammenarbeit mit Bezirksprüfungskommissionen erarbeitet.

Zentrale Prüfungskommission
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
Tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.edu.pl

Bezirksprüfungskommission in Gdańsk
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
Tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Bezirksprüfungskommission in Jaworzno
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
Tel. 32 616 33 99
oke@oke.jaworzno.pl

Bezirksprüfungskommission in Kraków
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
Tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Bezirksprüfungskommission in Łomża
al. Legionów 9, 18-400 Łomża
Tel. 86 216 44 95
sekretariat@oke.lomza.pl

Bezirksprüfungskommission in Łódź
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
Tel. 42 634 91 33
komisja@komisja.pl

Bezirksprüfungskommission in Poznań
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
Tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Bezirksprüfungskommission in Warszawa
pl. Europejski 3, 00-844 Warszawa
Tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Bezirksprüfungskommission in Wrocław
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
Tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Inhaltsverzeichnis

1. Beschreibung der Mathematikprüfung für die Schüler der achten Klasse

EINLEITUNG

Mathematik ist eines der Pflichtfächer sowohl in der Prüfung für die Schüler der achten Klasse als auch bei der Abiturprüfung.

Die Prüfung für die Schüler der achten Klasse prüft, wie der Schüler der VIII. Klasse alle in der Lehrprogrammgrundlage der allgemeinen Bildung für die zwei ersten Bildungsetappen (Klassen I–VIII) [1] genannten Anforderungen erfüllt.

Die *Informationsschrift* präsentiert Musterprüfungsaufgaben samt Lösungen und weist auf den Bezug der Aufgaben zu den Anforderungen der Lehrprogrammgrundlage hin. Die *Informationsschrift* enthält nicht alle Arten von Aufgaben, die im Prüfungsbogen vorkommen können. Sie illustriert auch nicht alle Anforderungen der Mathematik, die in der Lehrprogrammgrundlage enthalten sind. Deswegen darf die *Informationsschrift* weder die einzige Richtlinie noch die Hauptrichtlinie für die Planung des Bildungsprozesses in der Schule sein. Nur die Realisierung aller Anforderungen aus der Lehrprogrammgrundlage, sowohl der allgemeinen als auch der ausführlichen, kann eine entsprechende mathematische Bildung der Schüler sichern, darunter auch die entsprechende Vorbereitung auf die Prüfung für die Schüler der achten Klasse.

PRÜFUNGSAUFGABEN

In dem Prüfungsbogen findet man sowohl geschlossene als auch offene Aufgaben. Die geschlossenen Aufgaben sind die, bei welchen der Schüler die richtige Antwort aus den Antwortvorschlägen wählt. Unter den geschlossenen Aufgaben findet man u.a. Mehrfachauswahlaufgaben, Richtig/Falsch-Aufgaben und Zuordnungsaufgaben.

Die offenen Aufgaben sind die, bei welchen der Schüler die Antwort selbst formuliert. Die durch den Schüler präsentierte Lösung soll den Gedankengang widerspiegeln und entsprechende Berechnungen, Umformungen oder Schlussfolgerungen enthalten.

Unter den offenen Aufgaben findet man sowohl solche, die man mit der üblichen Methode lösen kann, als auch solche, bei welchen man keine standardmäßigen Lösungsmethoden anwenden soll. Der Schüler sollte sich für die Lösung der Aufgabe einen eigenen Plan ausdenken und realisieren, der ihm erlaubt, die Anweisung zu befolgen oder eine Antwort auf die in der Aufgabe gestellte Frage zu geben. Dabei soll er sein Wissen und die Fähigkeiten, die er

[1] Entsprechend den aufgezeichneten Bedienungen und der Art und Weise der Realisierung der Lehrprogrammgrundlage, können die Kapitel XIV-XVII für die Klassen VII und VIII nach der Prüfung für die Schüler der achten Klasse realisiert werden, somit werden die in diesen Kapiteln beschriebenen Kenntnisse nicht in der Prüfung für die Schüler der achten Klasse geprüft.
Die zur Realisierung empfohlenen Inhalte – enthalten in den Kapiteln: I Pkt. 5, II Pkt. 13–17, IV Pkt. 13 und 14, V Pkt. 9, IX Pkt. 8, X Pkt. 5 und XI Pkt. 4 der Lehrprogrammgrundlage IV–VI – werden in der Prüfung für die Schüler der achten Klasse geprüft.

erworben hat, nutzen. In manchen Aufgaben soll der Schüler die Begründung der gezeigten Abhängigkeiten liefern.

Die Prüfungsaufgaben haben zum Ziel, das Niveau der Beherrschung der nachfolgend beschriebenen allgemeinen Anforderungen der Lehrprogrammgrundlage der allgemeinen Bildung, zu prüfen:

- Rechenfähigkeit
- Verwendung und Bildung von Informationen
- Verwendung und Interpretation von Repräsentanz
- Verständnis und Argumentation.

BESCHREIBUNG DES PRÜFUNGSBOGENS

Die Mathematikprüfung für die Schüler der achten Klasse dauert 100 Minuten[2]. Der Prüfungsbogen wird 19 bis 23 Aufgaben enthalten. Die Anzahl der Aufgaben und die Anzahl der Punkte, die man für die verschiedenen Aufgabenarten erreichen kann, sind in der nachfolgenden Tabelle dargestellt.

Aufgabenart	Aufgabenzahl	Gesamtpunktezahl	Anteil am Summenergebnis
geschlossen	14–16	14–16	ca. 50%
offen	5–7	14–16	ca. 50%
GESAMT	19–23	28–32	100%

In dem Prüfungsbogen werden zuerst die geschlossenen Aufgaben gestellt, erst danach – die offenen.

BEWERTUNGSREGELN

Geschlossene Aufgaben

1 Pkt. – richtige Antwort.

0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Offene Aufgaben

Für eine korrekte Lösung einer offenen Aufgabe wird man – je nach ihrer Komplexität – maximal 2, 3 oder 4 Punkte erhalten können. Für jede korrekte Lösung wird eine maximale Punktezahl vergeben.

Die Bewertung der Lösung einer offenen Aufgabe hängt davon ab, wie weit sich der Schüler auf dem Weg zur vollständigen Lösung befindet. Nachfolgend werden Muster-Schemen für die Punktevergabe für die Lösungen der offenen Aufgaben dargestellt.

[2] Die Dauer der Prüfung kann für Schüler mit speziellen Bildungsbedürfnissen, darunter behinderte Schüler und Ausländer, verlängert werden. Einzelheiten hierzu werden in der *Bekanntmachung des Direktors der Zentralen Prüfungskommission bezüglich ausführlicher Anpassungsmethoden der Bedingungen und Formen der Durchführung der Prüfung für die Schüler der achten Klasse* im jeweiligen Schuljahr beschrieben.

Das Punktevergabeschema für die Lösung einer Aufgabe für die man maximal 4 Punkte erhalten kann:

4 Pkt. – vollständige Lösung.

3 Pkt. – Lösung, in welcher die Hauptschwierigkeiten der Aufgabe bewältigt wurden, die Lösung bis zum Ende ausgeführt ist, aber Fehler enthalten sind (Rechenfehler, fehlende Wahl von richtigen Lösungen, etc.).

2 Pkt. – Lösung, in welcher die Hauptschwierigkeiten der Aufgabe bewältigt wurden, aber die Lösung nicht oder mit der falschen Methode fortgeführt wurde.

1 Pkt. – Lösung, in welcher ein wesentlicher Fortschritt stattfand, aber die Hauptschwierigkeiten der Aufgabe nicht bewältigt wurden.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Das Punktevergabeschema für die Lösung einer Aufgabe für die man maximal 3 Punkte erhalten kann:

3 Pkt. – vollständige Lösung.

2 Pkt. – Lösung, in welcher die Hauptschwierigkeiten der Aufgabe bewältigt wurden, aber die Lösung nicht oder mit der falschen Methode fortgeführt wurde.

1 Pkt. – Lösung, in welcher ein wesentlicher Fortschritt stattfand, aber die Hauptschwierigkeiten der Aufgabe nicht bewältigt wurden.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Das Punktevergabeschema für die Lösung einer Aufgabe für die man maximal 2 Punkte erhalten kann:

2 Pkt. – vollständige Lösung.

1 Pkt. – Lösung, in welcher wesentlicher Fortschritt stattfand.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

2. Musteraufgaben mit Lösungen

In der *Informationsschrift* wird für jede Aufgabe angegeben:

- die Anzahl der Punkte, die man für ihre Lösung erhalten kann (nach der Aufgabennummer),
- die wichtigsten allgemeinen und ausführlichen Anforderungen, die in dieser Aufgabe geprüft werden,
- Bewertungsregeln für die Aufgabenlösungen,
- richtige Lösung für jede geschlossene Aufgabe und eine Musterlösung für jede offene Aufgabe.

Aufgabe 1 (0–1)

Kasia hat bemerkt, dass die Wanduhr in der Wohnung ihrer Oma sich in jeder Stunde um 4 Minuten verspätet. Als die richtig funktionierende Armbanduhr von Kasia 9.00 Uhr zeigte, hat Kasia die Wanduhr auf die gleiche Stunde gestellt. Sie hat angenommen, dass die Verspätung in jeder Viertelstunde gleich ist.

Welche Uhrzeit wird – gemäß den Annahmen von Kasia – die Wanduhr nach Ablauf von 2 Stunden und 3 Viertelstunden ab 9.00 Uhr zeigen, falls die beobachtete Verspätungstendenz beibehalten wird? Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

A. 11.34 **B.** 11.37 **C.** 11.41 **D.** 11.56

Allgemeine Anforderung

I. Rechenfähigkeit.
1. Kopfrechnen bei einfachen Berechnungen oder schriftliches Rechnen bei schwierigeren Berechnungen und Verwendung dieser Fähigkeiten in praktischen Situationen.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
XII. Praktische Berechnungen. Schüler:
3) führt einfache Zeitberechnungen durch: Stunden, Minuten und Sekunden

Bewertungsregeln

1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

A

Aufgabe 2 (0–1)

Marta hat folgende römische Zahlen aufgeschrieben: CLXX, CXC, CCLXX und CCL.

Welche von ihnen befindet sich auch auf der Zahlengerade so nah wie möglich an der Zahl 200? Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

A. CLXX **B.** CXC **C.** CCLXX **D.** CCL

Allgemeine Anforderung
I. Rechenfähigkeit.
1. Kopfrechnen bei einfachen Berechnungen oder schriftliches Rechnen bei schwierigeren Berechnungen und Verwendung dieser Fähigkeiten in praktischen Situationen.

Spezifische Anforderung
KLASSEN IV–VI
I. Natürliche Zahlen im Dezimalsystem. Schüler:
5) stellt Zahlen bis 3000, die in römischer Zahlenschrift geschrieben wurden, im Dezimalsystem dar, und die, die im Dezimalsystem geschrieben wurden als römische Zahlen.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
B

Aufgabe 3 (0–1)
In drei gleiche Gefäße wurde so viel Wasser eingeschenkt, dass in dem ersten Gefäß das Wasser $\frac{2}{3}$ des Volumens erreichte, im zweiten: $\frac{3}{4}$ Volumens, und im dritten: $\frac{5}{7}$ des Volumens des jeweiligen Gefäßes.

Bewerte die Richtigkeit der angegebenen Sätze. Wähle R, wenn der Satz richtig ist und F – wenn er falsch ist.

Im zweiten Gefäß gab es weniger Wasser als im dritten Gefäß.	**R**	**F**
Im zweiten Gefäß gab es weniger Wasser als im dritten Gefäß.	**R**	**F**

Allgemeine Anforderung
I. Rechenfähigkeit.
1. Kopfrechnen bei einfachen Berechnungen oder schriftliches Rechnen bei schwierigeren Berechnungen und Verwendung dieser Fähigkeiten in praktischen Situationen.

Spezifische Anforderung
KLASSEN IV–VI
IV. Brüche und Dezimalzahlen. Schüler:
12) vergleicht Brüche (gewöhnliche Brüche und Dezimalbrüche).

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
FF

Aufgabe 4 (0–1)

In jeder von zwei Tüten befinden sich 32 Bonbons: je 17 mit Orangengeschmack, je 10 mit Apfelgeschmack und je 5 mit Erdbeergeschmack.

Ergänze die nachfolgenden Sätze. Wähle die richtige aus den mit Buchstaben A und B gekennzeichneten Antworten und die richtige aus den mit Buchstaben C und D gekennzeichneten Antworten.

In die erste Tüte soll man **A/B** Erdbeerbonbons legen, damit alle Erdbeerbonbons, die sich in ihr befinden, 25% aller Bonbons in dieser Tüte darstellen würden.

A. 3 **B.** 4

Die Zahl der Orangenbonbons, die man aus der zweiten Tüte rausnehmen soll, damit die Orangenbonbons 40% aller übriggebliebenen Bonbons darstellen würden, beträgt **C / D**.

C. kleiner als 5 **D.** grösser als 5

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretierung von Repräsentanz.
2. Wahl eines mathematischen Modells für eine einfache Situation und sein Aufbau in verschiedenen Zusammenhängen, auch im praktischen Kontext.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII
V. Prozentrechnen. Schüler:
5) verwendet Prozentrechnen für die Lösung von Problemen im praktischen Kontext, auch in Fällen von mehrmaliger Erhöhung oder Minderung der jeweiligen Größe.

Bewertungsregeln

1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

BD

Aufgabe 5 (0–1)

Für 30 dag Pistazien bezahlte man 15,75 Zloty.

Bewerte die Richtigkeit der angegebenen Sätze. Wähle R, wenn der Satz richtig ist und F – wenn er falsch ist.

Für 40 dag Pistazien wird man 21 Zloty bezahlen.	**R**	**F**
Der Preis für 1 kg Pistazien beträgt 52,50 Zloty.	**R**	**F**

Allgemeine Anforderung

I. Rechenfähigkeit.

1. Kopfrechnen bei einfachen Berechnungen oder schriftliches Rechnen bei schwierigeren Berechnungen und Verwendung dieser Fähigkeiten in praktischen Situationen.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII

VII. Direkte Proportionalität. Schüler:

2) bestimmt den Wert, der durch eine direkt proportionale Größe im Fall einer konkreten proportionalen Abhängigkeit angenommen wird, z.B. Wert der gekauften Ware nach Stückzahl der Ware, Menge des verbrauchten Brennstoffs nach Anzahl der gefahrenen Kilometer, Anzahl der gelesenen Buchseiten nach Lesezeit.

Bewertungsregeln

1 Pkt. – richtige Antwort.

0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

PP

Aufgabe 6 (0–1)

Ergänze die nachfolgenden Sätze. Wähle die richtige aus den mit Buchstaben A und B gekennzeichneten Antworten und die richtige aus den mit Buchstaben C und D gekennzeichneten Antworten.

Der Wert von $2^3 \cdot 3^2$ ist gleich **A** / **B**.

A. 36 **B.** 72

Der Wert von $5^3 - 5^2$ ist gleich **C** / **D**.

C. 5 **D.** 100

Allgemeine Anforderung

I. Rechenfähigkeit.

1. Kopfrechnen bei einfachen Berechnungen oder schriftliches Rechnen bei schwierigeren Berechnungen und Verwendung dieser Fähigkeiten in praktischen Situationen.

Spezifische Anforderungen

KLASSEN IV–VI

II. Berechnungen mit natürlichen Zahlen. Schüler:

10) berechnet Quadratzahlen und Kubikzahlen der natürlichen Zahlen;

11) verwendet die Regeln bezüglich der Reihenfolge der Berechnungen.

Bewertungsregeln

1 Pkt. – richtige Antwort.

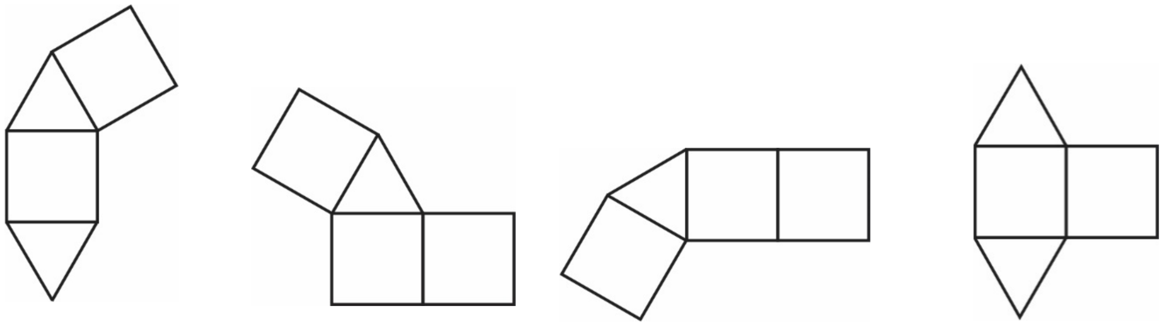
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

BD

Aufgabe 7 (0–1)

Wojtek hat vier Figuren gezeichnet, die aus Quadraten und gleichseitigen Dreiecken bestehen (wie auf der nachfolgenden Zeichnung gezeigt). Um daraus ein Netz von einem Prisma zu erhalten, beabsichtigt er, zu jeder Figur ein Quadrat oder ein Dreieck dazu zu zeichnen.



I II III IV

Bei welcher Figur bekommt er auf diese Art und Weise kein Netz von einem Prisma? Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

A. I **B.** II **C.** III **D.** IV

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretation von Repräsentanz.

1. Verwendung von einfachen, gut bekannten mathematischen Objekten, Interpretation von mathematischen Begriffen und Handhabung der mathematischen Objekte.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI

X. Körper. Schüler:

3) erkennt die Netze von geraden Prismen und Pyramiden.

Bewertungsregeln

1 Pkt. – richtige Antwort.

0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

C

Aufgabe 8 (0–1)

Wir werfen einmal einen sechsseitigen Spielwürfel. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Wurf mit diesem Würfel die Augenzahl grösser als 2, aber kleiner als 6 wird? Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretierung von Repräsentanz.

2. Wahl eines mathematischen Modells für eine einfache Situation und sein Aufbau in verschiedenen Zusammenhängen, auch in praktischem Kontext.

Spezifische Anforderung
KLASSEN VII und VIII
XII. Einführung in die Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Schüler:
2) führt einfache Zufallsversuche durch: Münzwurf, Würfelwurf (sechsseitiger Spielwürfel), Würfelwurf (mehrseitiger Würfel), Ziehen einer Kugel aus einem Kugelsatz, analysiert sie und berechnet die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse in den Zufallsversuchen.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
B

Aufgabe 9 (0–1)

Es gibt folgende Formel: $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Ist der Wert dieser Formel eine durch 8 teilbare Zahl? Wähle die Antwort J oder N und ihre Begründung aus A, B oder C.

<table>
<tr><td rowspan="3">J</td><td rowspan="3">Ja,</td><td rowspan="6">weil</td><td rowspan="2">A.</td><td rowspan="2">jedes der Exponenten eine ungerade Zahl ist.</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="2">B.</td><td rowspan="2">das Exponent der Potenz 2^6 nicht durch 8 teilbar ist.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">N</td><td rowspan="3">Nein,</td></tr>
<tr><td rowspan="2">C.</td><td rowspan="2">den Wert dieser Formel kann man als $8 \cdot 2^3$ schreiben.</td></tr>
<tr></tr>
</table>

Allgemeine Anforderung
IV. Verständnis und Argumentation.
1. Durchführung einer einfachen Überlegung, Angabe von Argumenten, die die Richtigkeit der Überlegung untermauern, Unterscheiden zwischen Beweis und Beispiel.

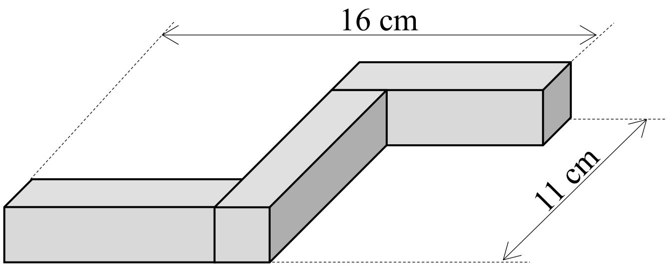
Spezifische Anforderung
KLASSEN VII und VIII
I. Potenz mit rationaler Basis. Schüler:
2) multipliziert und dividiert Potenzen mit ganzzahligen positiven Exponenten.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
TC

Aufgabe 10 (0–1)

Witek hat drei gleiche quaderförmige Klötze. Bei jedem dieser Klötze sind zwei Seiten Quadrate und vier weitere Rechtecke. Aus diesen Klötzen hat er eine Figur gebaut, die auf der Zeichnung dargestellt wurde.



Bewerte die Richtigkeit der angegebenen Sätze. Wähle R, wenn der Satz richtig ist und F – wenn er falsch ist.

Die längeren Seiten des quaderförmigen Klotzes betragen je 8 cm.	**R**	**F**
Das Volumen eines Klotzes ist gleich 72 cm^3.	**R**	**F**

Allgemeine Anforderung

II. Verwendung und Bildung von Informationen.
1. Ablesen und Interpretieren von in verschiedener Form dargestellten Daten und ihre Verarbeitung.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
XI. Berechnungen in Geometrie. Schüler:
5) berechnet Volumen und Flächeninhalt eines Quaders bei vorgegebenen Seitenlängen.

Bewertungsregeln

1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

RR

Aufgabe 11 (0–1)

Man erhält ein bestimmtes Getränk, nachdem man 450 ml Saft mit Wasser im Verhältnis 1:10 vermischte.

Wieviel von dem Getränk erhält man? Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

A. Mehr als 4 Liter, aber weniger als 4,5 Liter.
B. Genau 4,5 Liter.
C. Mehr als 4,5 Liter, aber weniger als 5 Liter.
D. Genau 5 Liter.
E. Mehr als 5 Liter.

Allgemeine Anforderung
III. Verwendung und Interpretation von Repräsentanz.
1. Verwendung von einfachen, gut bekannten mathematischen Objekten, Interpretierung von mathematischen Begriffen und Handhabung der mathematischen Objekte.

Spezifische Anforderung
KLASSEN VII und VIII
VII. Direkte Proportionalität. Schüler:
2) bestimmt den Wert, der durch eine direkt proportionale Größe im Fall einer konkreten proportionalen Abhängigkeit angenommen wird, z.B. Wert der gekauften Ware nach Stückzahl der Ware, Menge des verbrauchten Brennstoffs nach Anzahl der gefahrenen Kilometer, Anzahl der gelesenen Buchseiten nach Lesezeit.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
C

Aufgabe 12 (0–1)
Vorgegeben sind drei Formeln:
$F = x - (2x + 5)$, $G = 6 - (-3x + 2)$, $H = 5 - (2x + 4)$.

Beende den Satz. Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

Für jeden Wert x ist folgende Gleichung richtig:

A. $F + G = H$
B. $F + H = G$
C. $G + H = F$
D. $F + G + H = 0$

Allgemeine Anforderung
III. Verwendung und Interpretation von Repräsentanz.
1. Verwendung von einfachen, gut bekannten mathematischen Objekten, Interpretierung von mathematischen Begriffen und Handhabung der mathematischen Objekte.

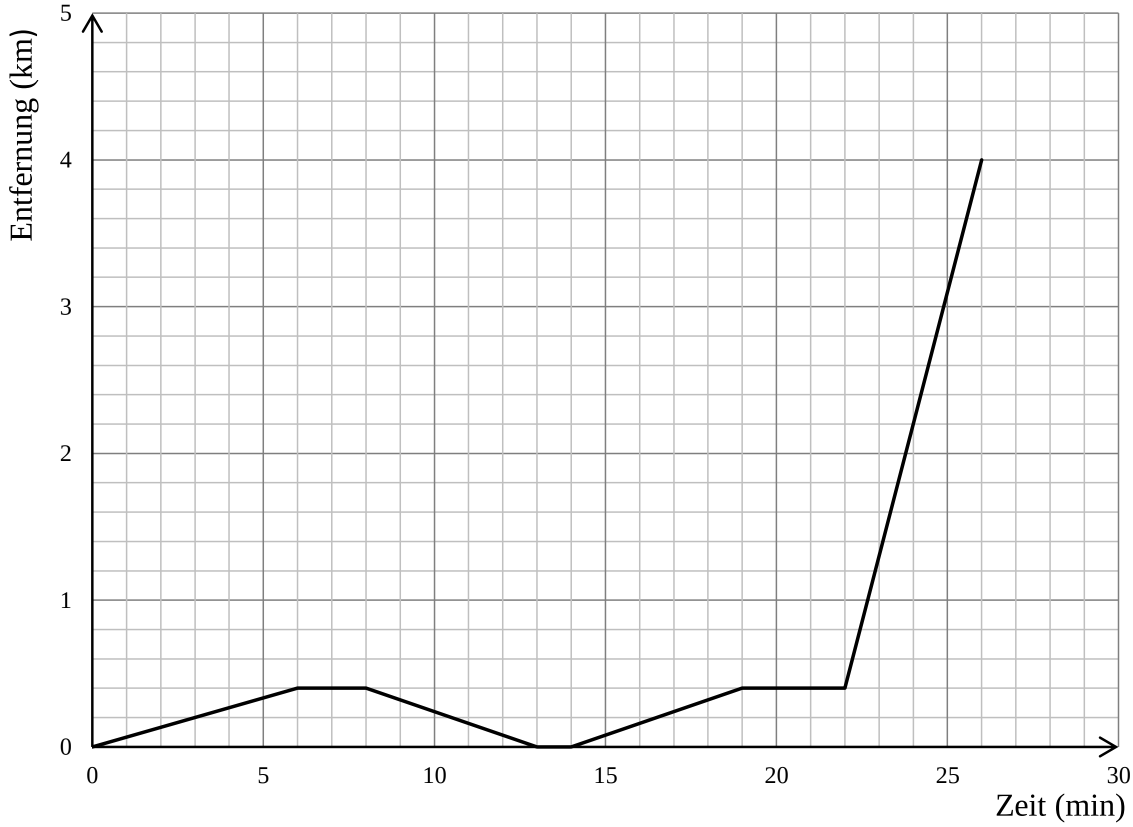
Spezifische Anforderung
KLASSEN VII und VIII
IV. Umformung von algebraischen Formeln. Algebraische Summen und ihre Berechnungen. Schüler:
2) addiert und subtrahiert algebraische Summen, dabei reduziert er gleichartige Monome.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
D

Informationen zu Aufgaben 13 und 14

Mateusz wohnt 4 km von der Schule entfernt. Einen Teil des Wegs zu Schule läuft er zu Fuß, wenn er zur Bushaltestelle geht. Dort wartet ein Bus auf ihn, er steigt ein und fährt in die Schule. Eines Tages, als er schon an der Haltestelle war, stellte er fest, dass er sein Heft vergessen hatte. Er kehrte also nach Hause zurück, um es zu holen. Das Diagramm zeigt, wie sich an diesem Tag die Entfernung von Mateusz zum Haus in Abhängigkeit von der Zeit änderte.



Aufgabe 13 (0–1)

Beende den Satz. Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

Ab dem Zeitpunkt, als Mateusz von der Bushaltestelle nach Hause gegangen ist, bis zum Zeitpunkt, an welchem er die Haltestelle erneut erreichte, sind vergangen:

A. 11 Minuten. **B.** 13 Minuten **C.** 14 Minuten. **D.** 16 Minuten.

Allgemeine Anforderung

II. Verwendung und Bildung von Informationen.
1. Ablesen und Interpretieren von in verschiedener Form dargestellten Daten und ihre Verarbeitung.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII
XIII. Ablesen von Daten und Elemente der beschreibenden Statistik. Schüler:
1) interpretiert Daten, die mit Hilfe von Tabellen, Säulendiagrammen und Kreisdiagrammen, Diagrammen, darunter auch in Koordinatensystemen, dargestellt sind.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
A

Aufgabe 14 (0–1)
Bewerte die Richtigkeit der angegebenen Sätze. Wähle R, wenn der Satz richtig ist und F – wenn er falsch ist.

Das Haus von Mateusz ist 400 m von der Bushaltestelle entfernt.	**R**	**F**
Der Bus ist mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $54\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ gefahren.	**R**	**F**

Allgemeine Anforderung
II. Verwendung und Bildung von Informationen.
1. Ablesen und Interpretieren von in verschiedener Form dargestellten Daten und ihre Verarbeitung.

Spezifische Anforderung
KLASSEN VII und VIII
XIII. Ablesen von Daten und Elemente der beschreibenden Statistik. Schüler:
1) interpretiert Daten, die mit Hilfe von Tabellen, Säulendiagrammen und Kreisdiagrammen, Diagramen, darunter auch in Koordinatensystemen, dargestellt sind.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
RR

Aufgabe 15 (0–1)
Es wurde eine Summe von 16 gleichen Summanden geschrieben:

$$\underbrace{2+2+2+\ldots+2}_{16 \text{ Summanden}}$$

Beende den Satz. Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

Der Wert der Summe ist gleich

A. 2^4 **B.** 2^5 **C.** 2^8 **D.** 2^{16}

Allgemeine Anforderung
II. Verwendung und Bildung von Informationen.
1. Ablesen und Interpretieren von in verschiedener Form dargestellten Daten und ihre Verarbeitung.

Spezifische Anforderung
KLASSEN VII und VIII
I. Potenz mit rationaler Basis. Schüler:
1) schreibt Produkt gleicher Faktoren in Form von Potenz mit einem ganzzahligen positiven Exponent.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
B

Aufgabe 16 (0–1)

Es sind vier Zahlen gegeben: $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{18}$. Die Summe von drei aus ihnen ist gleich 0.

Welche Zahl soll man eliminieren, damit die drei Zahlen bleiben, deren Summe gleich 0 ist? Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{8}$ **C.** $-\sqrt{10}$ **D.** $-\sqrt{18}$

Allgemeine Anforderung
I. Rechenfähigkeit.
1. Kopfrechnen bei einfachen Berechnungen oder schriftliches Rechnen bei schwierigeren Berechnungen und Verwendung dieser Fähigkeiten in praktischen Situationen.

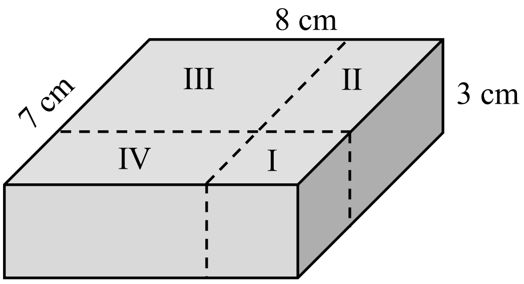
Spezifische Anforderung
KLASSEN VII und VIII
II. Wurzelziehen Schüler:
2) schätzt die Größe der Quadratwurzel oder Kubikwurzel und der arithmetischen Formel, die Wurzeln enthält.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
C

Aufgabe 17 (0–1)

Auf der Zeichnung wurde ein quaderförmiger Klotz mit den Abmessungen 8 cm, 7 cm und 3 cm und die Art, wie man ihn in vier Teile zerschnitt dargestellt: Würfel (I) und drei Quader (II, III, IV).



Beende den Satz. Wähle aus den nachfolgenden Antworten die richtige.

Das Volumen des Quaders II ist gleich

A. 27 cm^3 **B.** 36 cm^3 **C.** 45 cm^3 **D.** 60 cm^3

Allgemeine Anforderung

IV. Verständnis und Argumentation.

3. Anwendung der Strategie, die sich aus dem Inhalt der Aufgabe ergibt, Entwicklung einer Problemlösungsstrategie, auch bei mehretappigen Lösungen und bei solchen, die die Fähigkeit des Verbindens von Wissen aus verschiedenen Mathematikbereichen erfordern.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI

XI. Berechnungen in Geometrie. Schüler:

5) berechnet Volumen und Flächeninhalt eines Quaders bei vorgegebenen Seitenlängen.

Bewertungsregeln

1 Pkt. – richtige Antwort.

0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

B

Aufgabe 18 (0–1)

Für eine Veranstaltung waren Vollpreis-Tickets zum gleichen Preis erhältlich und ermäßigte Tickets, die um 50% billiger waren als die Vollpreis-Tickets. Frau Anna hat für 3 Vollpreis-Tickets und 2 ermäßigte Tickets 120 Zloty bezahlt. Für die gleiche Veranstaltung hat Herr Jacek 2 Vollpreis-Tickets und 3 ermäßigte Tickets, und Herr Marek 2 Vollpreis-Tickets und 1 ermäßigtes Ticket gekauft.

Ergänze die nachfolgenden Sätze. Wähle die richtige aus den mit Buchstaben A und B gekennzeichneten Antworten und die richtige aus den mit Buchstaben C und D gekennzeichneten Antworten.

Herr Jacek hat für die Tickets folgenden Betrag bezahlt **A** / **B**.

A. 120 Zloty **B.** 105 Zloty

Frau Anna hat für die Tickets um **C** / **D** mehr als Herr Marek bezahlt.

C. 45 Zloty **D.** 30 Zloty

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretierung von Repräsentanz.
2. Wahl eines mathematischen Modells für eine einfache Situation und sein Aufbau in verschiedenen Zusammenhängen, auch in praktischem Kontext.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII
VI. Gleichungen mit einer Unbekannten. Schüler:
4) löst Textaufgaben mit Hilfe von Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten, darunter auch mit Prozentberechnungen.

Bewertungsregeln

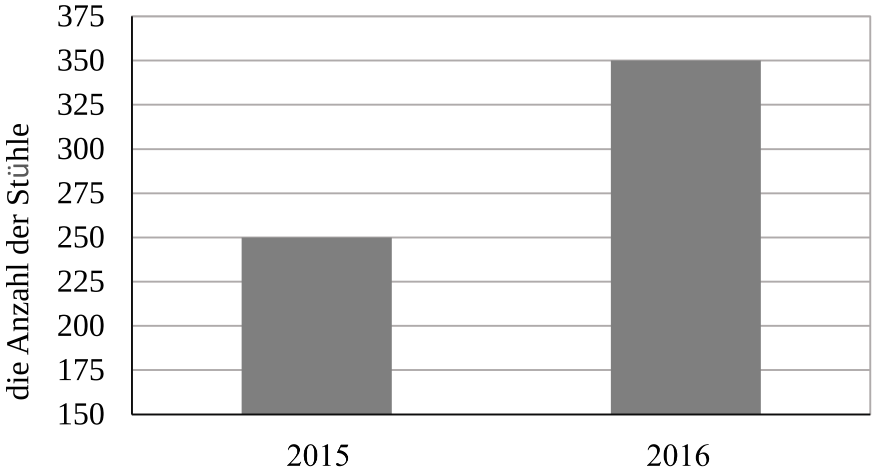
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

BC

Aufgabe 19 (0–1)

In nachfolgendem Diagramm wird die Produktionshöhe von Stühlen in der Firma *Mebelix* im Jahr 2015 und 2016 dargestellt.



War die Zahl der im Jahr 2016 produzierten Stühle um 100% höher als die Zahl der im Jahr 2015 produzierten Stühle? Wähle die Antwort J oder N und ihre Begründung aus A, B oder C.

<table>
<tr><td rowspan="3">J</td><td rowspan="3">Ja,</td><td rowspan="6">weil</td><td rowspan="2">A.</td><td rowspan="2">die zweite Säule auf dem Diagramm ist 2 Mal höher als die erste.</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="2">B.</td><td rowspan="2">Die Zahl der im Jahr 2016 produzierten Stühle ist um 40% höher als die Zahl der im Jahr 2015 produzierten Stühle?</td></tr>
<tr><td rowspan="3">N</td><td rowspan="3">Nein,</td></tr>
<tr><td rowspan="2">C.</td><td rowspan="2">im Jahr 2016 hat man 100 Stühle mehr produziert im Vergleich zum Jahr 2015.</td></tr>
<tr></tr>
</table>

Allgemeine Anforderung
IV. Verständnis und Argumentation.
1. Durchführung einer einfachen Überlegung, Angabe von Argumenten, die die Richtigkeit der Überlegung untermauern, Unterscheiden zwischen Beweis und Beispiel.

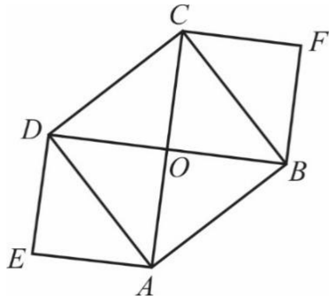
Spezifische Anforderungen
KLASSEN VII und VIII
V. Prozentrechnen. Schüler:
5) verwendet Prozentrechnen für die Lösung von Problemen im praktischen Kontext, auch in Fällen von mehrmaliger Erhöhung oder Minderung der jeweiligen Größe.
XIII. Ablesen von Daten und Elemente der beschreibenden Statistik. Schüler:
1) interpretiert Daten, die mit Hilfe von Tabellen, Säulendiagrammen und Kreisdiagrammen, Diagramen dargestellt sind, darunter auch in Koordinatensystemen.

Bewertungsregeln
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung
NB

Aufgabe 20 (0–1)

Auf der Zeichnung wurden Quadrate $ABCD$, $EAOD$ und $BFCO$ dargestellt. Punkt O ist der Schnittpunkt der Diagonalen des Quadrats $ABCD$.



Bewerte die Richtigkeit der angegebenen Sätze. Wähle R, wenn der Satz richtig ist und F – wenn er falsch ist.

Flächeninhalt des Quadrats $ABCD$ ist gleich der Summe der Flächeninhalte der Quadrate $EAOD$ *und* $BFCO$.	**R**	**F**
Umfang des Quadrats $ABCD$ ist gleich der Summe der Längen aller Diagonalen der Quadrate $EAOD$ und $BFCO$.	**R**	**F**

Allgemeine Anforderung

II. Verwendung und Bildung von Informationen.
1. Ablesen und Interpretieren von in verschiedener Form dargestellten Daten und ihre Verarbeitung.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
IX. Vielecke, Kreise. Schüler:
5) kennt die wichtigsten Eigenschaften eines Quadrats, Rechtecks, einer Raute, eines Parallelogramms und Trapezes, und erkennt die achsensymmetrische Figuren und kann die Symmetrieachsen der jeweiligen Figuren zeigen.

Bewertungsregeln

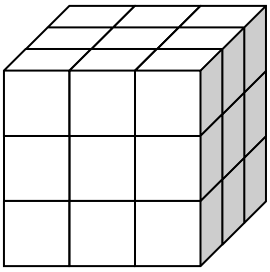
1 Pkt. – richtige Antwort.
0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

RR

Aufgabe 21 (0–1)

Ein Würfel aus Holz mit der Seite von 30 cm wurde in 27 gleiche kleinere Würfel geschnitten. Aus acht solchen kleinen Würfeln wurde ein neuer Würfel zusammengesetzt.



Bewerte die Richtigkeit der angegebenen Sätze. Wähle R, wenn der Satz richtig ist und F – wenn er falsch ist.

Der Flächeninhalt des neuen Würfels ist gleich 4.800 cm^2.	**R**	**F**
Das Volumen des neuen Würfels ist gleich 8.000 cm^3.	**R**	**F**

Allgemeine Anforderung

II. Verwendung und Bildung von Informationen.

1. Ablesen und Interpretieren von in verschiedener Form dargestellten Daten und ihre Verarbeitung.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI

XI. Berechnungen in Geometrie. Schüler:

5) berechnet Volumen und Flächeninhalt eines Quaders bei vorgegebenen Seitenlängen.

Bewertungsregeln

1 Pkt. – richtige Antwort.

0 Pkt. – falsche oder keine Antwort.

Lösung

FR

Aufgabe 22 (0–3)

In der Tabelle werden ausgewählte Informationen über zwei Teesorten, die Familie Nowak trinkt, präsentiert.

Verpackungsart	Verpackungsinhalt	Verpackungspreis	Menge des Tees, die für das Aufbrühen von einem Becher Getränk notwendig ist.
Beuteltee	50 Beutel	8,50 Zloty	1 Beutel
loser Tee	50 g	5,00 Zloty	2 g

Die Familie trinkt täglich durchschnittlich 12 Becher Tee und beabsichtigt die möglichst kleinste Anzahl der Teepackungen einer Sorte zu kaufen, so dass der Tee für 30 Tage ausreicht. Berechne die Kosten des Einkaufs vom losen Tee und die Kosten des Einkaufs vom Beuteltee. Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretation von Repräsentanz.
2. Wahl eines mathematischen Modells für eine einfache Situation und sein Aufbau in verschiedenen Zusammenhängen, auch in praktischem Kontext.

Spezifische Anforderungen.

KLASSEN IV–VI
XIV. Textaufgaben. Schüler:
5) für die Lösung der praktischen Aufgaben verwendet er das angeeignete Wissen aus dem Bereich Arithmetik und Geometrie, die erworbenen Rechenfähigkeiten, sowie eigene korrekte Methoden.

Bewertungsregeln

3 Pkt. – vollständige Lösung.

2 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode der Einkaufskosten für beide Teesorten für 30 Tage,
oder
Berechnung der Einkaufskosten des Beuteltees für 30 Tage (68 Zloty),
oder
Berechnung der Einkaufskosten des losen Tees für 30 Tage (75 Zloty),

1 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode der Verpackungszahl einer Teesorte für 30 Tage.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

Beuteltee:

1 Tag — 12 Beutel
30 Tage — 360 Beutel
In 1 Verpackung befinden sich 50 Teebeutel.
360 : 50 = 7,2
Es müssen 8 Teepackungen gekauft werden.
8 · 8,50 Zloty = 68 Zloty

Loser Tee:

1 Tag — 12 · 2 g = 24 g
30 Tage — 30 · 24 g = 720 g
In 1 Verpackung befinden sich 50 g Tee.
720 : 50 = 14 Rest 20
Es müssen 15 Teepackungen gekauft werden.
15 · 5 Zloty = 75 Zloty

Antwort: Für den Beuteltee muss man 68 Zloty und für den losen Tee 75 Zloty bezahlen.

Zweite Methode

Beuteltee:

12 Teebeutel reichen für 1 Tag
1 Packung enthält 50 Beutel – reicht für 4 Tage und es bleiben noch 2 Beutel
6 · 4 Tage = 24 Tage und 6 · 2 Beutel = 12 Beutel (1 Tag)
Für 25 Tage sollen 6 Teepackungen gekauft werden.
Für weitere 5 Tage werden noch 2 Packungen benötigt.
Für 30 Tage müssen 8 Teepackungen gekauft werden.
8 · 8,50 Zloty = 68 Zloty

Loser Tee:

1 Tag — 12 · 2 g = 24 g
1 Verpackung enthält 50 g, was für 2 Tage reicht, und es bleibt noch 1 g übrig.
15 Verpackungen — 30 Tage und es bleiben noch 15 g übrig
14 Verpackungen — 28 Tage und 14 g übrig
Es fehlen 10 g, somit müssen 15 Teepackungen gekauft werden.
15 · 5 Zloty = 75 Zloty

Antwort: Für den Beuteltee muss man 68 Zloty und für den losen Tee 75 Zloty bezahlen.

Dritte Methode

Beuteltee:

1 Tag — 12 Beutel
30 Tage — 360 Beutel
360 : 50 = 7 Rest 10
Für 30 Tage müssen also 8 Teepackungen gekauft werden.
8 · 8,50 Zloty = 68 Zloty

Loser Tee:

1 Tag — 12 Tees
30 Tage — 360 Tees
1 Tag — 12 · 2 g = 24 g
50 g : 2 = 25 g — eine Verpackung des losen Tees reicht für 25 Tees
360 : 25 = 14 Rest 10
Es müssen 15 Teepackungen gekauft werden.
15 · 5 Zloty = 75 Zloty

Antwort: Für den Beuteltee muss man 68 Zloty und für den losen Tee 75 Zloty bezahlen.

Vierte Methode

Beuteltee:

12 Beutel werden für 1 Tag benötigt
$30 \cdot 12 = 360$ — Zahl der Teebeutel, die für 30 Tage benötigt werden
1 Verpackung enthält 50 Teebeutel
$7 \cdot 50 = 350$ — Teebeutel - zu wenig für 30 Tage
$8 \cdot 50 = 400$ Teebeutel - ausreichend für 30 Tage
Es müssen 8 Packungen dieses Tees gekauft werden.
$8 \cdot 8{,}50$ Zloty = 68 Zloty

Loser Tee:

1 Tag — $12 \cdot 2$ g = 24 g
$30 \cdot 24$ g = 720 g — Grammmenge des Tees, die für 30 Tage benötigt wird
$14 \cdot 50 = 700$ g — zu wenig für 30 Tage
$15 \cdot 50 = 750$ g — ausreichend für 30 Tage
Es müssen 15 Packungen dieses Tees gekauft werden.
$15 \cdot 5$ Zloty = 75 Zloty

Antwort: Für den Beuteltee muss man 68 Zloty und für den losen Tee 75 Zloty bezahlen.

Fünfte Methode

Beuteltee:

1 Tag — 12 Beutel
30 Tage — 360 Beutel
$360 - 50 = 310$ — 1. Packung
$310 - 50 = 260$ — 2. Packung
$260 - 50 = 210$ — 3. Packung
$210 - 50 = 160$ — 4. Packung
$160 - 50 = 110$ — 5. Packung
$110 - 50 = 60$ — 6. Packung
$60 - 50 = 10$ — 7. Packung
10 — 8. Packung

$8 \cdot 8{,}50$ Zloty = 68 Zloty

Loser Tee:

1 Tag — $12 \cdot 2$ g = 24 g
$30 \cdot 24$ g = 720 g — Grammmenge des Tees, die für 30 Tage benötigt wird
$720 - 50 = 670$ — 1. Packung
$670 - 50 = 620$ — 2. Packung
$620 - 50 = 570$ — 3. Packung
$570 - 50 = 520$ — 4. Packung
$520 - 50 = 470$ — 5. Packung
$470 - 50 = 420$ — 6. Packung
$420 - 50 = 370$ — 7. Packung
$370 - 50 = 320$ — 8. Packung
$320 - 50 = 270$ — 9. Packung
$270 - 50 = 220$ — 10. Packung
$220 - 50 = 170$ — 11. Packung
$170 - 50 = 120$ — 12. Packung

120 – 50 = 70 — 13. Packung
70 – 50 = 20 — 14. Packung
20 — 15. Packung

$15 \cdot 5$ Zloty = 75 Zloty

Antwort: Für den Beuteltee muss man 68 Zloty und für den losen Tee 75 Zloty bezahlen.

Sechste Methode

Beuteltee:

8,50 : 50 = 0,17 Zloty/1 Beutel
$0{,}17 \cdot 30 \cdot 12 = 61{,}20$ Zloty
61,20 : 8,50 = 7,2
Für 30 Tage müssen 8 Teepackungen gekauft werden.
$8 \cdot 8{,}50$ Zloty = 68 Zloty

Loser Tee:

5 : 50 = 0,10 Zloty/1 g
$0{,}10 \cdot 30 \cdot 12 \cdot 2 = 72$ Zloty
72 : 5 = 14,4
Für 30 Tage müssen 15 Teepackungen gekauft werden.
$15 \cdot 5$ Zloty = 75 Zloty

Antwort: Für den Beuteltee muss man 68 Zloty und für den losen Tee 75 Zloty bezahlen.

Aufgabe 23 (0–2)

Begründe, dass der erste Septembertag und der erste Dezembertag des gleichen Jahres auf den gleichen Wochentag fallen.

Allgemeine Anforderung

IV. Verständnis und Argumentation.
2. Merken der Regelmäßigkeit, Ähnlichkeiten und Analogie, sowie das Ziehen von Schlussfolgerungen auf dieser Grundlage.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
XII. Praktische Berechnungen. Schüler:
4) führt einfache Kalenderberechnungen für Tage, Wochen, Monate und Jahre durch.

Bewertungsregeln

2 Pkt. – vollständige Lösung.

1 Pkt. – Feststellung, dass vom 1. September bis zum 1. Dezember 91 Tage vergehen,
oder
Feststellung, dass der 1. Dezember auf den gleichen Wochentag wie der erste September fällt, in der Situation, wo sich die Begründung auf der Feststellung stützt, dass der 1. September auf einen konkreten Wochentag fällt.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

September	30 Tage
Oktober	31 Tage
November	30 Tage
Gesamt:	91 Tage

91 : 7 = 13

Vom 1. September bis zum 1. Dezember sind rund 13 Wochen vergangen, somit fällt der 1. September auf den gleichen Wochentag wie der 1. Dezember.

Zweite Methode

Nehmen wir an, dass der 1. September auf einen Montag fällt, somit fallen die folgenden Montage auf: 8., 15., 22. und 28. September, 5., 12., 19. und 26. Oktober, 2., 9., 16., 23. und 30. November und 1. Dezember. Daraus ergibt sich, dass der 1. September und der 1. Dezember auf den gleichen Wochentag fallen. Analog gilt, wenn der 1. September auf einen Dienstag, Mittwoch, etc. fällt – fällt auch immer der 1. Dezember auf den gleichen Wochentag wie der 1. September.

Aufgabe 24 (0–3)

In einer Koordinatenebene sind zwei Punkte vorgegeben: *K* = (–2, 8) und *M* = (4, 6). Benenne die Koordinaten des Punktes P so, dass einer der drei Punkte P, K, M die Mitte der Strecke mit den Endpunkten in den übrigen zwei Punkten bildet. Gebe alle Möglichkeiten an.

Allgemeine Anforderung

IV. Verständnis und Argumentation.

3. Anwendung einer Strategie, die sich aus dem Inhalt der Aufgabe ergibt, Entwicklung einer Problemlösungsstrategie, auch bei mehretappigen Lösungen und bei solchen, die die Fähigkeit des Verbindens von Wissen aus verschiedenen Mathematikbereichen erfordern.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII

X. Zahlengerade. Koordinatensystem auf der Fläche. Schüler:

4) findet die Mitte der Strecke, deren Eckpunkte Koordinaten haben (ganze oder rationale Zahlen) und findet die Koordinaten des anderen Eckpunktes der Strecke, wenn Daten über einen Eckpunkt und die Mitte gegeben sind.

Bewertungsregeln

3 Pkt. – vollständige Lösung.

2 Pkt. – Erörterung aller Lagemöglichkeiten des Punktes P und die Präsentation der korrekten Methode der Bestimmung ihrer Koordinaten.

1 Pkt. – Erörterung einer der Lagemöglichkeiten des Punktes P und die Präsentation der korrekten Methode der Bestimmung seiner Koordinaten.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösung

Es gibt drei Möglichkeiten die Punkte P, K und M zu verteilen.

- Punkt $P=(x,y)$ ist die Mitte der Strecke *KM*.

$x=\frac{-2+4}{2}=1 \qquad y=\frac{8+6}{2}=7 \qquad P=(1,7)$

- Punkt *K* ist die Mitte der Strecke *PM*, wo $P=(x,y)$.

$-2=\frac{x+4}{2} \qquad 8=\frac{y+6}{2}$

$x+4=-4 \qquad y+6=16$

$x=-8 \qquad y=10 \qquad P=(-8,10)$

- Punkt *M* ist die Mitte der Strecke *PK*, wo $P=(x,y)$.

$4=\frac{x-2}{2} \qquad 6=\frac{y+8}{2}$

$x-2=8 \qquad y+8=12$

$x=10 \qquad y=4 \qquad P=(10,4)$

Antwort: Punkt *P* kann folgende Koordinaten haben: (1, 7), (–8, 10) oder (10, 4).

Aufgabe 25 (0–2)

In der Tabelle wurden die Einkaufs- und Verkaufspreise von zwei Währungen in der Wechselstube *Pik* dargestellt.

	Einkauf	Verkauf
1 Dollar	4,18 Zloty	4,25 Zloty
1 britisches Pfund	5,10 Zloty	5,22 Zloty

Marcin möchte 400 britische Pfund in Dollar tauschen. Zu diesem Zweck muss er zuerst Pfund in Zloty tauschen, anschließend die erhaltenen Zloty in Dollar. Wieviel Dollar erhält Marcin, wenn er die Währung in der Wechselstube *Pik* tauscht? Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

II. Verwendung und Bildung von Informationen.
1. Ablesen und Interpretieren von in verschiedener Form dargestellten Daten und ihre Verarbeitung.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
XIV. Textaufgaben. Schüler:
5) für die Lösung der praktischen Aufgaben, verwendet er das aneignete Wissen aus dem Bereich Arithmetik und Geometrie, die erworbenen Rechenfähigkeiten, sowie eigene korrekte Methoden.

Bewertungsregeln

2 Pkt. – vollständige Lösung.

1 Pkt. – Präsentation der korrekten Berechnungsmethode des Betrags (in Zloty), für welchen die Wechselstube 400 britische Pfund kaufte,
oder
Präsentation der korrekten Berechnungsmethode des Betrags (in Dollar), den Marcin für 1 britisches Pfund bekommt.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

Die Wechselstube kauft von Marcin 400 britische Pfund, jedes für 5,10 Zloty.
$400 \cdot 5{,}10\ \text{Zloty} = 2040\ \text{Zloty}$
Die Wechselstube verkauft Marcin Dollar für den Preis 4,25 Zloty/Dollar.
2040 : 4,25 = 480

Antwort: Für 400 britische Pfund bekommt Marcin 480 Dollar.

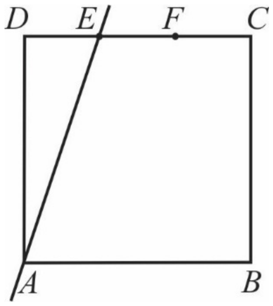
Zweite Methode

Die Wechselstube kauft von Marcin 1 britisches Pfund für 5,10 Zloty, und verkauft ihm Dollar für den Preis von 4,25 Zloty/Dollar.
5,10 : 4,25 = 1,2
Marcin bekommt für jedes Pfund 1,2 Dollar.
$400 \cdot 1{,}20 = 480$

Antwort: Für 400 britische Pfund bekommt Marcin 480 Dollar.

Aufgabe 26 (0–2)

Die Seite *CD* des Quadrats *ABCD* wurde mit den Punkten *E* und *F* in drei gleich lange Strecken geteilt. Durch die Ecke *A* des Quadrats und Punkt *E* wurde eine Gerade geführt. Der Flächeninhalt des Dreiecks *AED* beträgt 24 cm^2.



Berechne den Flächeninhalt des Quadrats *ABCD*. Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

IV. Verständnis und Argumentation.
2. Merken der Regelmäßigkeit, Ähnlichkeiten und Analogie, sowie das Ziehen von Schlussfolgerungen auf ihrer Grundlage.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
XI. Berechnungen in Geometrie. Schüler:
2) berechnet Flächeninhalte von Dreiecken, Quadraten, Rechtecken, Rauten, die in einer Zeichnung dargestellt sind und auch in praktischen Situationen, darunter auch für Angaben, für die Einheiten ausgetauscht werden müssen und in Situationen mit untypischen Abmessungen, z.B. bei einem Flächeninhalt eines Dreiecks mit einer Seitenlänge von 1 km und einer Höhe von 1 mm.

Bewertungsregeln

2 Pkt. – vollständige Lösung.

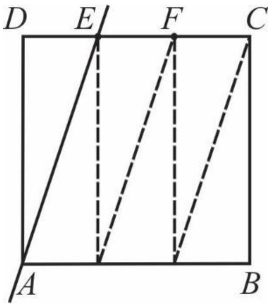
1 Pkt. – Feststellung, dass der Flächeninhalt des Quadrats 6 Mal grösser als der des Dreiecks *AED* ist,
oder
Feststellung, dass der Flächeninhalt des halben Quadrats 3 Mal grösser als der des Dreiecks *AED* ist,
oder
Berechnung der Länge einer Kathete des Dreiecks *AED*.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

Halten wir fest, dass man das Quadrat *ABCD* in 6 Dreiecke teilen kann, die an das Dreieck *AED* anliegen.

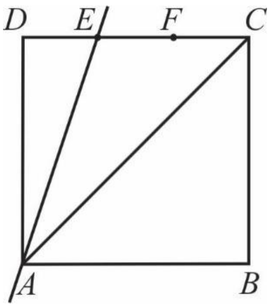


$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\text{cm}^2)$

Antwort: Flächeninhalt des Quadrats *ABCD* ist gleich 144 cm^2.

Zweite Methode

Halten wir fest, dass das Dreieck *AED* einen 3 Mal kleineren Flächeninhalt als die Hälfte des Quadrats hat. Er ist also 6 Mal kleiner als der Flächeninhalt des Quadrates *ABCD*.



$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\text{cm}^2)$

Antwort: Flächeninhalt des Quadrats *ABCD* ist gleich 144 cm^2.

Dritte Methode

Markieren wir also die Länge der Seite *DE* des Dreieckes als a. Dann beträgt die Länge der Seite *DA* des Dreiecks 3a.
Aus der Formel für den Flächeninhalt des Dreiecks erhalten wir die Gleichung:

$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$

$3a^2 = 48$

$a = 4$

$3a = 3 \cdot 4 = 12$

$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\text{cm}^2)$

Antwort: Der Flächeninhalt des Quadrats *ABCD* ist gleich 144 cm^2.

Aufgabe 27 (0–2)

Im ersten Gefäß gibt es vier Mal mehr Wasser als im zweiten. Nach Einschenken von 6 Liter Wasser in jedes der Gefäße, befindet sich im ersten zwei Mal mehr Wasser als im zweiten. Wieviel Wasser befindet sich jetzt in beiden Gefäßen? Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretation von Repräsentanz.
2. Wahl eines mathematischen Modells für eine einfache Situation und sein Aufbau in verschiedenen Zusammenhängen, auch in praktischem Kontext.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII
VI. Gleichungen mit einer Unbekannten. Schüler:
4) löst Textaufgaben mit Hilfe von Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten, darunter auch mit Prozentberechnungen.

Bewertungsregeln

2 Pkt. – vollständige Lösung.

1 Pkt. – Präsentation der korrekten Berechnungsmethode der anfänglichen Wassermenge im ersten Gefäß,
oder
Präsentation der korrekten Berechnungsmethode der anfänglichen Wassermenge im zweiten Gefäß.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

x – anfängliche Wassermenge im zweiten Gefäß (in Liter)
4x – anfängliche Wassermenge im ersten Gefäß (in Liter)
$4x + 6 = 2(x + 6)$
$4x + 6 = 2x + 12$
$x = 3$
Im ersten Gefäß gab es anfänglich $4 \cdot 3 = 12$ Liter Wasser, und im zweiten 3 Liter.
$12 + 6 = 18$
$3 + 6 = 9$
Nach dem Einschenken:
– befinden sich im ersten Gefäß 18 Liter Wasser
– im zweiten Gefäß befinden sich 9 Liter Wasser
$18 + 9 = 27$

Antwort: In beiden Gefäßen befinden sich 27 Liter Wasser.

Zweite Methode

x – anfängliche Wassermenge im ersten Gefäß (in Liter)
$\frac{1}{4}x$ – anfängliche Wassermenge im zweiten Gefäß (in Liter)

$$x+6=2\left(\frac{1}{4}x+6\right)$$

$$x+6=\frac{1}{2}x+12$$

$$\frac{1}{2}x=6$$

$x = 12$

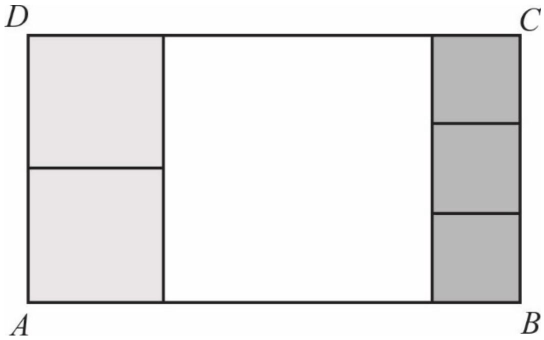
Im ersten Gefäß gab es anfänglich 12 Liter Wasser, und im zweiten – $\frac{1}{4}\cdot 12=3$ Liter.

12 + 6 = 18
3 + 6 = 9
Nach dem Einschenken:
– befinden sich im ersten Gefäß 18 Liter Wasser
– im zweiten Gefäß befinden sich 9 Liter Wasser
18 + 9 = 27

Antwort: In beiden Gefäßen befinden sich 27 Liter Wasser.

Aufgabe 28 (0–3)

Das Rechteck ABCD wurde in 6 Quadrate geteilt: ein großes, zwei mittlere und drei kleine, wie auf der Zeichnung.



Begründe, dass der Flächeninhalt des großen Quadrats grösser als die Hälfte des Flächeninhalts des Rechtecks *ABCD* ist.

Allgemeine Anforderung

IV. Verständnis und Argumentation.

1. Durchführung einer einfachen Überlegung, Angabe von Argumenten, die die Richtigkeit der Überlegung untermauern, Unterscheiden zwischen Beweis und Beispiel.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII

III. Bildung von algebraischen Formeln mit einer und vielen Variablen. Schüler:

3) schreibt die in den Aufgaben enthaltenen Abhängigkeiten in Form von algebraischen Formeln mit einer oder vielen Variablen auf.

Bewertungsregeln

3 Pkt. – vollständige Lösung.

2 Pkt. – Aufschreiben des Flächeninhalts des Rechtecks *ABCD* und des Flächeninhalts des großen Quadrats mit Hilfe von algebraischen Formeln, die die gleiche Variable enthalten,
oder
Aufschreiben der Seitenlänge *AB* des Rechtecks *ABCD* und der Seitenlänge des großen Quadrats mit Hilfe von algebraischen Formeln, die die gleiche Variable enthalten,
oder
Feststellung, dass zwei mittlere Quadrate die Hälfte der Fläche des großen Quadrats beanspruchen, und drei kleine Quadrats eine Fläche beanspruchen, die kleiner ist als die Hälfte der Fläche des großen Quadrats,
oder
Begründung mit einer korrekten Methode, aber mit Rechenfehlern, dass das große Quadrat mehr als die Hälfte des Flächeninhalts des Rechtecks *ABCD* beansprucht.

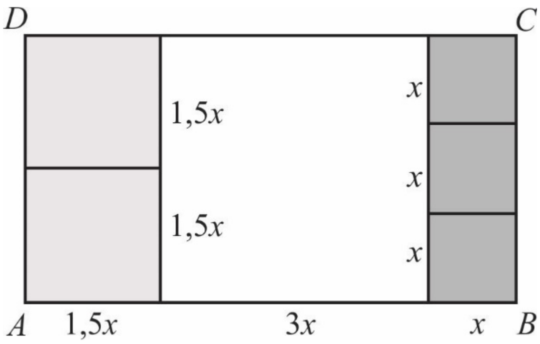
1 Pkt. – Aufschreiben der Abhängigkeit zwischen den Längen der Quadratseiten.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

Wenn wir die Seitenlänge des kleinen Quadrats mit x bezeichnen, dann hat das große Quadrat eine Seitenlänge von 3x, und das mittlere eine Seitenlänge von 1,5x.

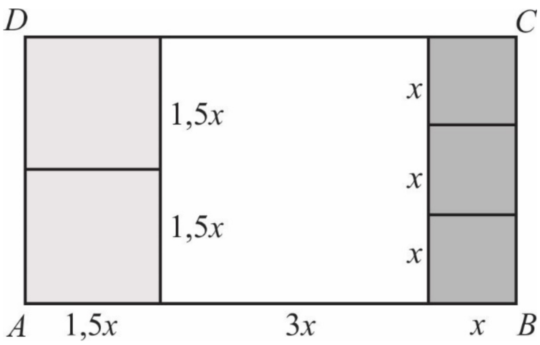


Flächeninhalt des Rechtecks *ABCD*: $3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1{,}5x)^2 = 16{,}5x^2$
Flächeninhalt des großen Quadrats *ABCD*.$(3x)^2 = 9x^2$
Die Hälfte des Flächeninhalts des Rechtecks *ABCD* beträgt $8{,}25x^2$.

Somit beansprucht das große Quadrat mehr als die Hälfte des Flächeninhalts des Rechtecks *ABCD*.

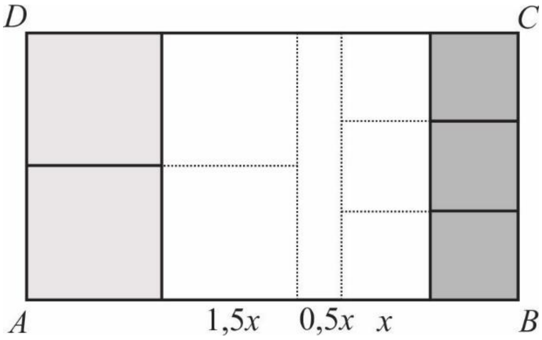
Zweite Methode

Wenn wir die Seitenlänge des kleinen Quadrats mit x bezeichnen, dann hat das große Quadrat eine Seitenlänge von 3x, und das mittlere eine Seitenlänge von 1,5x.



Berechnen wir die Länge der Strecke AB, auf welche ein Rechteck *ABCD*
$1{,}5x + 3x + x = 5{,}5x$ gestellt wurde
Teilen wir das Rechteck *ABCD* in drei Rechtecke mit der gleichen Höhe *AD* ein: das erste aus 2 mittleren Quadraten, zweite aus einem großen Quadrat, und das dritte aus 3 kleinen Quadraten.
Das große Quadrat hat eine Seitenlänge von $3x$.
Die Hälfte der Streckenlaenge *AB* beträgt $2{,}75x$.
$2{,}75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$
Somit beansprucht das große Quadrat mehr als die Hälfte des Flächeninhalts des Rechtecks *ABCD*.

Dritte Methode



Halten wir fest, dass zwei mittlere Quadrate die Hälfte der Fläche des großen Quadrats beanspruchen, und drei kleine Quadrate eine Fläche beanspruchen, die kleiner ist als die Hälfte der Fläche des großen Quadrats. Somit beansprucht das große Quadrat mehr als die Hälfte des Flächeninhalts des Rechtecks *ABCD*.

Vierte Methode

Die Seite des mittleren Quadrats ist um die Hälfte kleiner als die Seite des großen Quadrats. Daher beträgt der Flächeninhalt des mittleren Quadrats $\frac{1}{4}$ des Flächeninhalts des großen Quadrats.

$$P_{Śr} = \frac{1}{4} P_D$$

Die Seite des mittleren Quadrats beträgt $\frac{1}{3}$ der Seite des großen Quadrats. Daher beträgt der Flächeninhalt des kleinen Quadrats $\frac{1}{9}$ des Flächeninhalts des großen Quadrats.

$$P_M = \frac{1}{9} P_D$$

$$2 \cdot P_{Śr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4} P_D + 3 \cdot \frac{1}{9} P_D = \frac{1}{2} P_D + \frac{1}{3} P_D = \frac{5}{6} P_D < P_D$$

Somit beansprucht das große Quadrat mehr als die Hälfte des Flächeninhalts des Rechtecks *ABCD*.

Aufgabe 29 (0–3)

Ein rechteckiger Papierstreifen wurde in vier Teile gem. Abbildung 1 geschnitten. Aus diesen Teilen wurde eine Figur in Form eines Quadrats gebildet, wie es auf der Abbildung 2 gezeigt wurde. Der Flächeninhalt dieses Quadrats ist gleich 36 cm^2.

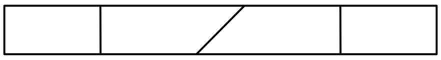


Abbildung 1

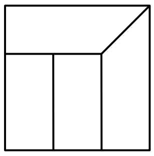


Abbildung 2

Berechne den Umfang des Papierstreifens vor dem Schneiden. Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

II. Verwendung und Bildung von Informationen.

1. Ablesen und Interpretieren von in verschiedener Form dargestellten Daten und ihre Verarbeitung.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI

XI. Berechnungen in Geometrie. Schüler:

2) berechnet Flächeninhalte von Dreiecken, Quadraten, Rechtecken, Rauten, die auf einer Zeichnung dargestellt sind und auch in praktischen Situationen, darunter auch für Angaben, für die Einheiten ausgetauscht werden müssen und in Situationen mit untypischen Abmessungen, z.B. der Flächeninhalt eines Dreiecks mit einer Seitenlänge von 1 km und einer Höhe von 1 mm.

Bewertungsregeln

3 Pkt. – vollständige Lösung.

2 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode des Umfangs eines Rechtecks,
oder
Berechnung der Abmessungen der Rechtecke und Trapeze, aus denen das Quadrat konstruiert ist (Rechteck: 2 cm × 4 cm, Trapez: Grundlinien – 4 cm und 6 cm, Höhe – 2 cm).

1 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode der Seitenlänge des Quadrats.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösung

Die Seitenlänge des Quadrats beträgt $\sqrt{36} = 6$ (cm). Diese Länge bilden 3 Breiten des Streifens, somit war die Breite des Streifens: 6 : 3 = 2 (cm).
Der Flächeninhalt des Streifen ist gleich dem Flächeninhalt des Quadrats, somit beträgt die Länge des Streifens: 36 : 2 = 18 (cm).
Vor dem Schneiden waren die Abmessungen des Streifens: 2 cm × 18 cm.
$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40$ (cm)

Antwort: Der Umfang des Papierstreifens vor dem Schneiden betrug 40 cm.

Aufgabe 30 (0–3)

Drei Nachbarinnen haben zusammen Kaffee in einem Internetshop bestellt. Der Kaffee für Frau Malinowska sollte 120 Zloty kosten, und für Frau Wiśniewska und Frau Śliwińska je 90 Zloty. Jedoch haben sie beim Kauf einen Preisnachlass bekommen und sie bezahlten nur 206 Zloty. Wieviel Geld soll jede der Frauen zahlen, damit ihre Einzahlung zu dem ursprünglichen Bestellwert anteilig wird? Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretation von Repräsentanz.

2. Wahl eines mathematischen Modells für eine einfache Situation und sein Aufbau in verschiedenen Zusammenhängen, auch in praktischem Kontext.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII

VII. Direkte Proportionalität. Schüler:

3) verwendet die proportionale Teilung.

Bewertungsregeln

3 Pkt. – vollständige Lösung.

2 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode der Beträge, die jede der Nachbarinnen bezahlen soll.

1 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode:

- Bestimmung, welchen Teil des ursprünglichen Bestellwerts der für eine der Nachbarinnen bestellte Kaffee darstellt, z.B. $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$,
  oder
- Bestimmung des Verhältnisses der Bestellwerte, z.B. 4 : 3 : 3,
  oder
- Bestimmung des Verhältnisses des fälligen Betrags nach Preisnachlass zum ursprünglichen Bestellwert, z.B. $\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$,
  oder
- Bestimmung des Verhältnisses des Preisnachlasses zum ursprünglichen Bestellwert, z.B. $\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

Ursprünglicher Bestellwert beträgt 300 Zloty.

Der Kaffee von Frau Malinowska kostet $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$ dieses Betrags.

$\frac{4}{10} \cdot 260\,\text{Zloty} = 104\,\text{Zloty}$ – der Betrag, den Frau Malinowska zu bezahlen hat

260 Zloty – 104 Zloty = 156 Zloty – der Gesamtbetrag, den Frau Wiśniewska und Frau Śliwińska zu bezahlen haben

156 : 2 = 78 Zloty – der Betrag, der je von Frau Wiśniewska und von Frau Śliwińska zu bezahlen ist

Antwort: Frau Malinowska muss 104 Zloty und die Frauen Wiśniewska und Śliwińska müssen je 78 Zloty bezahlen.

Zweite Methode

4 : 3 : 3 – Verhältnis der ursprünglichen Bestellwerte
4 + 3 + 3 = 10
260 Zloty : 10 = 26 Zloty
4 · 26 Zloty = 104 Zloty – der Betrag, den Frau Malinowska zu bezahlen hat
3 · 26 Zloty = 78 Zloty – der Betrag, der je von Frau Wiśniewska und von Frau Śliwińska zu bezahlen ist

Antwort: Frau Malinowska muss 104 Zloty und die Frauen Wiśniewska und Śliwińska müssen je 78 Zloty bezahlen.

Dritte Methode

$\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$

Jede der Frauen soll $\frac{13}{15}$ des ursprünglichen Bestellwerts bezahlen.

Frau Malinowska: $\frac{13}{15} \cdot 120$ Zloty = 13 · 8 Zloty = 104 Zloty

Frauen Wiśniewska und Śliwińska: $\frac{13}{15} \cdot 90$ Zloty = 13 · 6 Zloty = 78 Zloty

Antwort: Frau Malinowska muss 104 Zloty und die Frauen Wiśniewska und Śliwińska müssen je 78 Zloty bezahlen.

Vierte Methode

40 Zloty – Höhe des Preisnachlasses

$\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$

Jede Frau muss um $\frac{2}{15}$ Geld weniger bezahlen als ursprünglich angenommen.

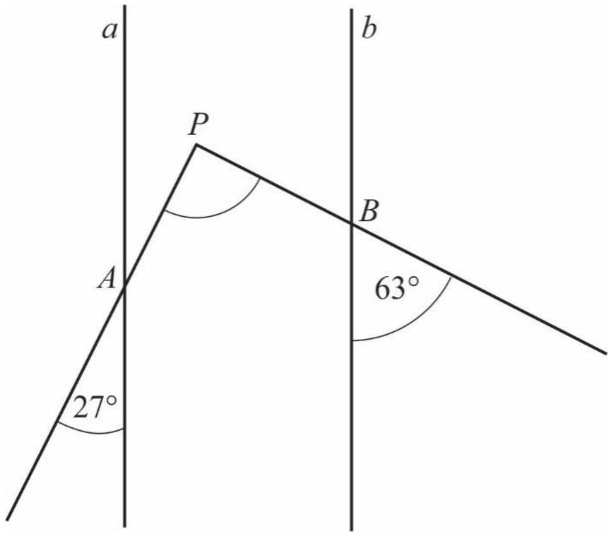
Frau Malinowska: $\frac{2}{15} \cdot 120$ Zloty = 2 · 8 Zloty = 16 Zloty
120 Zloty – 16 Zloty = 104 Zloty

Frauen Wiśniewska und Śliwińska: $\frac{2}{15} \cdot 90$ Zloty = 2 · 6 Zloty = 12 Zloty
90 Zloty – 12 Zloty = 78 Zloty

Antwort: Frau Malinowska muss 104 Zloty und die Frauen Wiśniewska und Śliwińska müssen je 78 Zloty bezahlen.

Aufgabe 31 (0–2)

Die Geraden *a* und *b* sind parallel.



Die Halbgeraden *PA* und *PB* durchschneiden diese Geraden, wodurch sie mit ihnen spitze Winkel mit den Abmessungen gem. Abbildung bilden. Begründe, dass der Winkel *APB* ein rechter Winkel ist.

Allgemeine Anforderung

IV. Verständnis und Argumentation.
1. Durchführung einer einfachen Überlegung, Angabe von Argumenten, die die Richtigkeit der Überlegung untermauern, Unterscheiden zwischen Beweis und Beispiel.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII
VIII. Eigenschaften der geometrischen Figuren auf der Fläche. Schüler:
3) verwendet die Eigenschaften von parallelen Geraden, insbesondere verwendet er die Gleichheit von Stufenwinkeln und Wechselwinkeln.

Bewertungsregeln

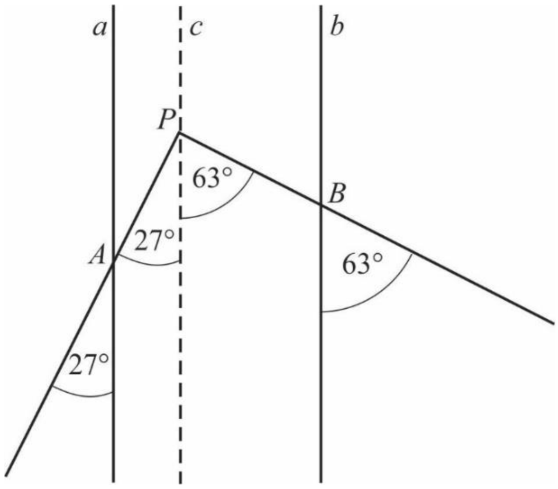
2 Pkt. – vollständige Lösung.

1 Pkt. – Führen der Gerade c und Aufschreiben des richtigen Winkelmaßes von mindestens einem Stufenwinkel bis 27° oder 63°,
oder
Führen der Geraden *AP* oder *PB* und Aufschreiben des richtigen Winkelmaßes eines Stufenwinkels in dem Dreieck *APC* oder *BPD*,
oder
Führen der Gerade c und Aufschreiben der richtigen Winkelmaße von mindestens einem der Dreiecke *APC* und *BPD*,
oder
Führen der Gerade c und Bestimmung der Winkelmaße der stumpfen Winkel des Fünfecks *ACDBP*,
oder
Führen der Gerade c und Aufschreiben der korrekten Winkelmaße *CAP* und *CBP* des Vierecks.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

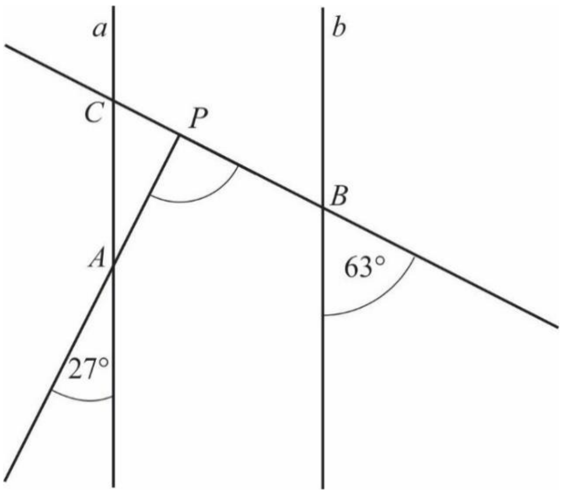


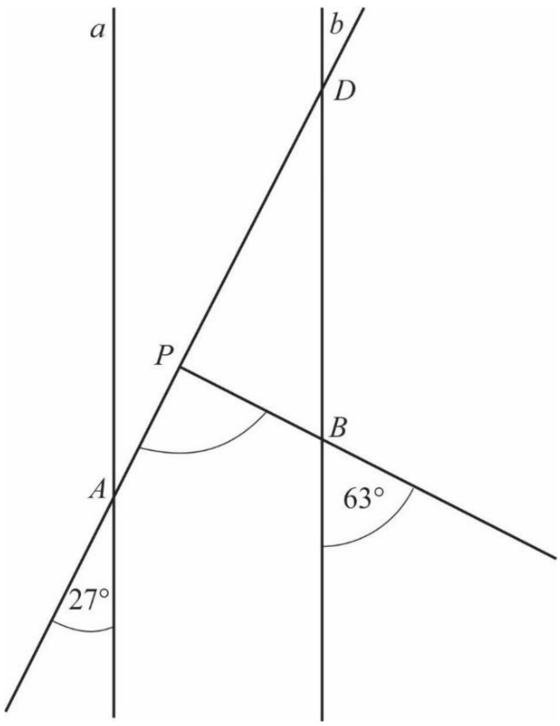
Durch den Punkt P führen wir die Gerade c, die zu a und b parallel ist. Die teilt den Winkel *APB* in zwei Teile, aus den einer ist ein Stufenwinkel bis 27°, und der zweite – bis 63°, somit

$|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°$.

Winkel *APB* ist ein rechter Winkel.

Zweite Methode





Wir verlängern die Halbgerade *PB* bis zum Schnitt mit der Gerade a im Punkt *C* oder Halbgerade *PA* zum Schnitt mit der Gerade *b* im Punkt *D*. Wir bestimmen die Winkelmaße der zwei Winkel, welche in den Dreiecken *APC* oder *BPD* entstanden sind. Einer der Winkel ist ein Scheitelwinkel, und der zweite – ein Stufenwinkel zu den Winkeln je 63° i 27°.

Wir berechnen den Winkelmaß des dritten Winkels in den entstandenen Dreiecken *APC* und *BPD*.

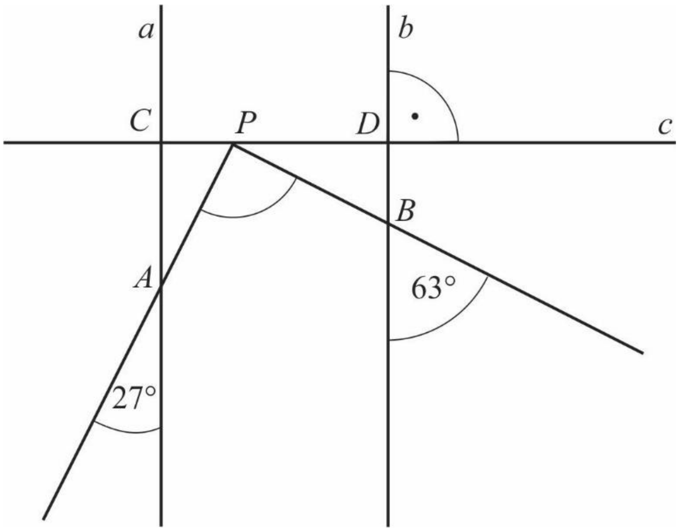
$|\sphericalangle APC| = 180° – (27° + 63°) = 90°$

Winkel *APB* ist ein Stufenwinkel zum Winkel *APC*, also ist er ein rechter Winkel.

$|\sphericalangle BPD| = 180° – (27° + 63°) = 90°$

Winkel *APB* ist ein Stufenwinkel zum Winkel *BPD*, also ist er ein rechter Winkel.

Dritte Methode



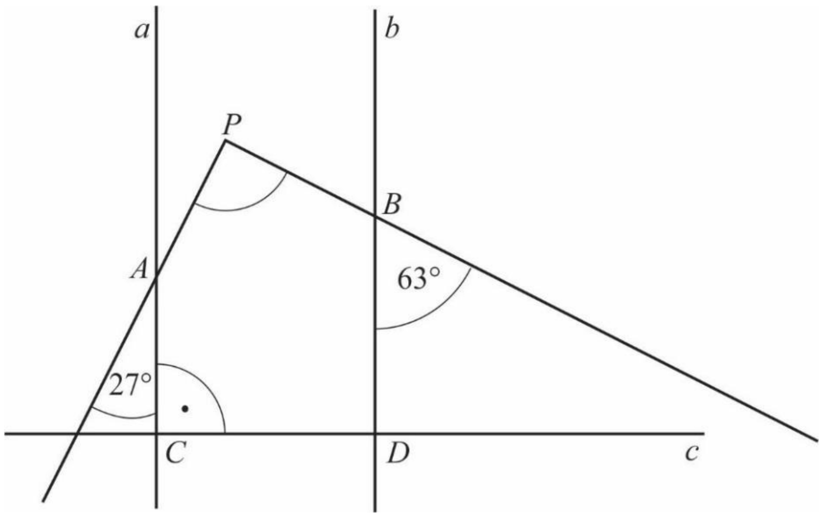
Durch den Punkt *P* führen wir die Gerade *c*, die zu *a* und *b* parallel ist. Sie bestimmt zwei rechtwinklige Dreiecke *APC* und *BPD*. Wir bestimmen die Winkelmaße der spitzen Winkel dieser Dreiecke.

$|\sphericalangle CPA| = 90° – 27° = 63°$ und $|\sphericalangle BPD| = 90° – 63° = 27°$

$|\sphericalangle APB| = 180° – (27° + 63°) = 90°$

Winkel *APB* ist ein rechter Winkel.

Vierte Methode



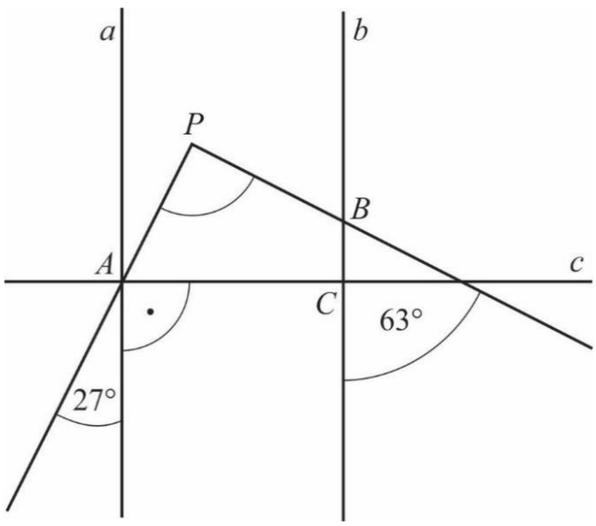
Wir führen die Gerade c, die zu a und b parallel ist so, dass ein Fünfeck entsteht. Wir bestimmen die Winkelmaße der stumpfen Winkel dieses Fünfecks.

$|\sphericalangle CAP| = 180° - 27° = 153°$ und $|\sphericalangle PBD| = 180° - 63° = 117°$

$|\sphericalangle APB| = 540° - (90° + 90° + 117° + 153°) = 90°$

Winkel APB ist ein rechter Winkel.

Fünfte Methode



Durch den Punkt A führen wir die Gerade c, die zu a und b parallel ist. Sie bestimmt das Viereck $ACBP$. Wir bestimmen die Winkelmaße der beiden Winkel des Viereckes.

$|\sphericalangle CBP| = 180° - 63° = 117°$ und $|\sphericalangle CAP| = 90° - 27° = 63°$

$|\sphericalangle APB| = 360° - (90° + 117° + 63°) = 90°$

Winkel APB ist ein rechter Winkel.

Aufgabe 32 (0–4)

In einem Behälter befinden sich blaue, schwarze und grüne Bälle. Es gibt um 20% weniger schwarze Bälle als blaue, und es gibt um 6 weniger blaue Bälle als grüne. Es gibt um 48 blaue und grüne Bälle mehr als schwarze. Wieviel Bälle insgesamt gibt es in dem Behälter? Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretation von Repräsentanz.
2. Wahl eines mathematischen Modells für eine einfache Situation und sein Aufbau in verschiedenen Zusammenhängen, auch in praktischem Kontext.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII
VI. Gleichungen mit einer Unbekannten. Schüler:
4) löst Textaufgaben mit Hilfe von Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten, darunter auch mit Prozentberechnungen.

Bewertungsregeln

4 Pkt. – vollständige Lösung.

3 Pkt. – Berechnung der Anzahl der Bälle in einer Farbe (richtige Lösung einer Gleichung, die den Bedingungen der Aufgabe entspricht).

2 Pkt. – Aufschreiben der richtigen Gleichung mit einer Unbekannten, die für die Anzahl der Bälle in der gewählten/bestimmten Farbe steht.

1 Pkt. – Beschreibung – je nach Anzahl der Bälle der gewählten Farbe – der Anzahl der Bälle in den übrigen Farben.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

n – Anzahl der blauen Bälle
$0{,}8n$ – Anzahl der schwarzen Bälle
$n + 6$ – Anzahl der grünen Bälle

$n + (n + 6) = 0{,}8n + 48$

$2n + 6 = 0{,}8n + 48$

$1{,}2n = 42$

$n = 35$

$0{,}8n = 28$

$n + 6 = 41$

$35 + 28 + 41 = 104$

Antwort: Im Behälter gibt es 104 Bälle.

Zweite Methode

z – Anzahl der grünen Bälle
$z - 6$ – Anzahl der blauen Bälle
$0{,}8(z - 6)$ – Anzahl der schwarzen Bälle

$$z + (z - 6) = 0{,}8(z - 6) + 48$$
$$2z - 6 = 0{,}8z - 4{,}8 + 48$$
$$1{,}2z = 49{,}2$$
$$z = 41$$

$$z - 6 = 35$$
$$0{,}8(z - 6) = 28$$
$35 + 28 + 41 = 104$
Antwort: Im Behälter gibt es 104 Bälle.

Dritte Methode

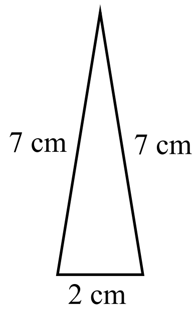
c – Anzahl der schwarzen Bälle
$1{,}25c$ – Anzahl der blauen Bälle
$1{,}25c + 6$ – Anzahl der grünen Bälle

$$1{,}25c + (1{,}25c + 6) = c + 48$$
$$2{,}5c + 6 = c + 48$$
$$1{,}5c = 42$$
$$c = 28$$

$$1{,}25c = 35$$
$$1{,}25c + 6 = 41$$
$35 + 28 + 41 = 104$
Antwort: Im Behälter gibt es 104 Bälle.

Aufgabe 33 (0–4)

Das auf der Abbildung dargestellte Dreieck ist die Seite einer Pyramide, deren Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck ist.



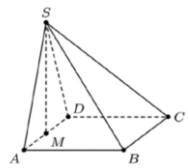
Berechne den Flächeninhalt dieser Pyramide. Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

IV. Verständnis und Argumentation.
3. Anwendung der Strategie, die sich aus dem Inhalt der Aufgabe ergibt, Entwicklung einer Problemlösungsstrategie, auch bei mehretappigen Lösungen und bei solchen, die die Fähigkeit des Verbindens von Wissen aus verschiedenen Mathematikbereichen erfordern.

Spezifische Anforderung

KLASSEN VII und VIII
XI. Raumgeometrie. Schüler:
3) berechnet Volumen und Flächeninhalt von Pyramiden, deren Grundfläche ein Polygon ist und solcher,
deren Grundfläche kein Polygon ist, mit einem Schwierigkeitsgrad nicht höher als im Beispiel:
Das Rechteck $ABCD$ ist die Grundfläche der Pyramide $ABCDS$, Punkt M ist die Mitte der Seite AD, die Strecke MS ist die Höhe der Pyramide.
Folgende Angaben sind gegeben:
Seitenlänge: $AD = 10$ cm, $AS = 13$ cm und $AB = 20$ cm. Berechne das Volumen der Pyramide.



Bewertungsregeln

4 Pkt. – vollständige Lösung.

3 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode für die Berechnung des Flächeninhalts der Grundfläche der Pyramide und des Flächeninhalts der Seitenfläche der Pyramide.

2 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode für die Berechnung des Flächeninhalts der Grundfläche der Pyramide oder des Flächeninhalts der Seitenfläche der Pyramide.

1 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode für die Berechnung der Höhe der Grundfläche oder der Höhe der Seitenfläche.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Die Grundfläche der Pyramide ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge von 2 cm.
h – Höhe des Dreiecks, das die Grundfläche der Pyramide ist.
$h^2 + 1^2 = 2^2$

$h = \sqrt{3}$ (cm)

Grundfläche: $P_p = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$ (cm^2)

w – Höhe der Seitenfläche, die an die Seite mit der Länge von 2 cm angelegt wird
$w^2 + 1^2 = 7^2$

$w^2 = 48$

$w = \sqrt{48}$

$w = 4\sqrt{3}$ (cm)

$P_{śb} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (cm^2)

$P_c = P_p + 3 \cdot P_{śb} = \sqrt{3} + 3 \cdot 4\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$

Antwort: Der Flächeninhalt dieser Pyramide beträgt $13\sqrt{3}$ cm^2.

Aufgabe 34 (0–2)

Die Höhle Jaskinia Książęca kann täglich von zehn Gruppen besucht werden, die nacheinander, in gleichen Zeitabständen reinkommen. Die erste Gruppe beginnt ihren Besuch um 9.00 Uhr, und die letzte um 16.30 Uhr. Eine Pfadfindergruppe kommt, um die Höhle um 13.25 Uhr zu besuchen. Mindestens wie lange werden die Pfandfinder auf ihren Eintritt in die Höhle warten? Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

IV. Verständnis und Argumentation.
3. Anwendung der Strategie, die sich aus dem Inhalt der Aufgabe ergibt, Entwicklung einer Problemlösungsstrategie, auch bei mehretappigen Lösungen und bei solchen, die die Fähigkeit des Verbindens von Wissen aus verschiedenen Mathematikbereichen erfordern.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
XII. Praktische Berechnungen. Schüler:
3) führt einfache Zeitberechnungen durch: Stunden, Minuten und Sekunden

Bewertungsregeln

2 Pkt. – vollständige Lösung.

1 Pkt. – Präsentation der richtigen Berechnungsmethode der Besuchszeit der Höhle.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

Ab 9.00 Uhr bis 16.30 Uhr sind 7 Stunden und 30 Minuten, das bedeutet 450 Minuten vergangen. In dieser Zeit gab es 9 Besichtigungen der Höhle, somit dauert eine Besichtigung 450 : 9 = 50 Minuten.

Von 9.00 Uhr bis 13.25 Uhr sind es 265 Minuten, und weil $265 = 5 \cdot 50 + 15$, fängt die nächste Besichtigung in $50 - 15 = 35$ Minuten an.

Antwort: die Pfadfinder werden mindestens 35 Minuten warten müssen.

Zweite Methode

Ab 9.00 Uhr bis 16.30 Uhr sind 7 Stunden und 30 Minuten, das bedeutet 450 Minuten vergangen. In dieser Zeit gab es 9 Besichtigungen der Höhle, somit dauert eine Besichtigung 450 : 9 = 50 Minuten.

Der nächste Besuch der Höhle finden um folgenden Uhrzeiten statt: 9.00 Uhr, 9.50 Uhr, 10.40 Uhr, 11.30 Uhr, 12.20 Uhr, 13.10 Uhr, 14.00 Uhr.

Antwort: die Pfadfinder werden mindestens 35 Minuten warten müssen.

Aufgabe 35 (0–2)

Agnieszka hat eine vierstellige, durch 7 teilbare Zahl aufgeschrieben. Sie hat in dieser Zahl die Einerzahl gestrichen und die Zahl 496 erhalten. Welche vierstellige Zahl hat Agnieszka aufgeschrieben? Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

II. Verwendung und Bildung von Informationen.
2. Interpretation und Schreiben von Texten mit mathematischen Charakter sowie graphische Darstellung von Daten.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
II. Berechnungen mit natürlichen Zahlen. Schüler:
3) multipliziert und dividiert die natürliche Zahl durch eine einstellige, zweistellige oder dreistellige Zahl schriftlich, im Kopf (bei einfachsten Beispielen) und mit Hilfe eines Taschenrechners (bei schwierigeren Beispielen).

Bewertungsregeln

2 Pkt. – vollständige Lösung.

1 Pkt. – Feststellung, dass jedes der Produkte der Summe $4900 + 6x$ durch 7 teilbar ist,
oder
Aufschreiben des schriftlichen Dividierens ohne Ergebnisangabe.

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

Die vierstellige Zahl schreiben wir in der Form $496x$ auf, wo x die Einerzahl bedeutet. Die Zahl 4900 ist durch 7 teilbar. Wir suchen eine zweistellige Zahl, die durch 7 teilbar ist, und deren Zehnerzahl 6 beträgt. Durch 7 teilt sich nur die Zahl 63.

Antwort: Agnieszka hat die Zahl 4963 aufgeschrieben.

Zweite Methode

Die vierstellige Zahl schreiben wir in der Form $496x$ auf, wo x die Einerzahl bedeutet und wir teilen sie durch 7.

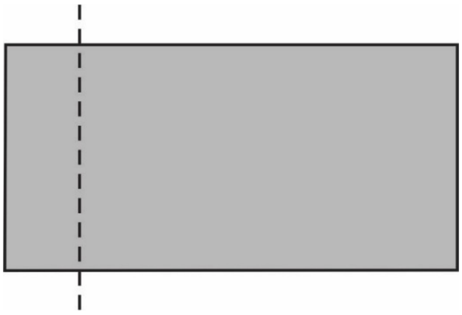
	7	0	9		
4	9	6	x	:	7
4	9				
		6	x		
		6	x		
			0		

Damit der Rest aus dem Dividieren 0 beträgt, soll die zweistellige Zahl $6x$ durch 7 teilbar sein. Daher x beträgt 3.

Antwort: Agnieszka die Zahl 4963 aufgeschrieben.

Aufgabe 36 (0–3)

Ein Rechteck mit Seiten gleich 12 und 6 wurde in zwei Rechtecke geteilt (siehe Abbildung).



Der Umfang eines der Rechtecke, die man aufgrund der Teilung erhielt, ist 2 Mal grösser als der Umfang des zweiten Rechtecks. Ermittle die Abmessungen des Rechtecks mit dem kleineren Umfang. Schreibe die Berechnungen auf.

Allgemeine Anforderung

III. Verwendung und Interpretation von Repräsentanz.
2. Wahl eines mathematischen Modells für eine einfache Situation und sein Aufbau in verschiedenen Zusammenhängen, auch in praktischem Kontext.

Spezifische Anforderung

KLASSEN IV–VI
XI. Berechnungen in Geometrie. Schüler:
1) berechnet den Umfang des Vielecks mit angegebenen Seitenlängen.

Bewertungsregeln

3 Pkt. – vollständige Lösung.

2 Pkt. – Aufschreiben der korrekten Lösung,
oder
korrekte Berechnung des Umfangs des kleineren Rechtecks,
oder
Präsentation der richtigen Berechnungsmethode der Abmessungen des Rechtecks mit kleinerem Umfang.

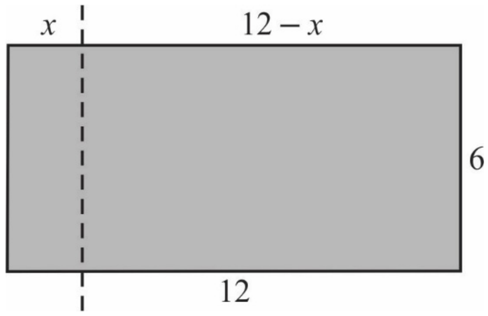
1 Pkt. – Präsentation der richtigen Methode zur Festlegung der Seitenlängen der erhaltenen Rechtecke,
oder
Feststellung, dass sich nach Verschieben der Teilungslinien die Summe der Umfänge der erhaltenen Figuren nicht verändert,
oder
Durchführung der Teilung des Rechtecks in zwei kleinere Rechtecke und Berechnung der Umfänge der erhaltenen Figuren (durch Versuch und Irrtum).

0 Pkt. – Lösung, in welcher kein wesentlicher Fortschritt stattfand.

Vollständige Musterlösungen

Erste Methode

Wir teilen das Rechteck in zwei Rechtecke. Zwei Seiten der erhaltenen Rechtecke kennzeichnen wir so wie auf der Abbildung.



korrekte Berechnung des Umfangs des kleineren Rechtecks

Der Umfang des größeren Rechtecks ist gleich $2 \cdot (12 - x) + 2 \cdot 6 = 36 - 2x$

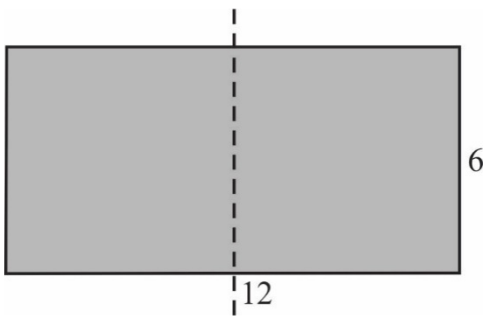
Der Umfang eines Rechtecks ist 2 Mal grösser als der Umfang des zweiten Rechtecks, wir schreiben das mit Hilfe einer Gleichung auf.

$36 - 2x = 2 \cdot (2x + 12)$
$36 - 2x = 4x + 24$
$12 = 6x$
$x = 2$

Antwort: Das Rechteck mit dem kleineren Umfang hat die Abmessungen 6 und 2.

Zweite Methode

Wir teilen das Rechteck in 2 Rechtecke mit einem Umfang von je 24.



Die Summe der Quadratumfänge ist gleich 48. Halten wir fest, dass sich die Summe der Umfänge der erhaltenen Figuren nicht verändern, sollten wir die Teilungslinie verschieben.

Der Gesamtumfang der gesuchten Rechtecke ist gleich 48, das Verhältnis der Umfänge ist gleich 2 : 1.

Somit beträgt der Umfang des kleineren Rechtecks $48 : 3 = 16$
Beträgt eine Seite dieses Rechtecks 6, so beträgt die zweite Seite $\frac{16}{2} - 6 = 2$
Antwort: Das Rechteck mit dem kleineren Umfang hat die Abmessungen 6 und 2.

Dritte Methode

Wir teilen das Rechteck in 2 Rechtecke mit dem Umfang je 24.
Wir verschieben die Teilungslinie und erhalten zwei Rechtecke. In jedem von ihnen verändert sich die Länge einer Seite und die Länge der anderen Seite beträgt 6. Wir prüfen, wie der Quotient der Umfänge der erhaltenen Rechtecke lautet.

größeres Rechteck		kleineres Rechteck		Quotient des Umfangs des größeren Rechtecks und kleineren Rechtecks
Länge einer Seite	Umfang	Länge einer Seite	Umfang	
8	28	4	20	$\frac{28}{20} < 2$
9	30	3	18	$\frac{30}{18} < 2$
10	32	2	16	$\frac{32}{16} = 2$
11	34	1	14	$\frac{34}{14} > 2$

Antwort: Das Rechteck mit dem kleineren Umfang hat die Abmessungen 6 und 2.