# INFÒRMATÓR
# ò **egzaminie òsmëklasëstë**
# z **matematiczi**

òd szkòłowégò rokù 2018/2019

Centralnô Kòmisjô Egzaminacyjnô
Warszawa 2017

**Redakcyjné karno:**
Edita Warzecha (CKE)
Renata Swirkò (ÒKE we Gduńskù)
Iwòna Łuba (ÒKE w Łomżë)
Sabina Pawłowskô (ÒKE w Warszawie)
prof. dr hab. Zbigniew Semadeni
Agnieszka Sułowskô
Józef Daniel (CKE)
dr Môrcën Smòlëk (CKE)

**Recenzencë:**
prof. dr hab. Zbigniew Marcëniôk
dr hab. Macej Bòrodzëk
dr Anna Widur
dr Tomôsz Karpòwicz (jãzëkòwô recenzjô)

Infòrmatór je ùsadzony przez Centralną Kòmisjã Egzaminacyjną wëcmanim z òkrãgòwima kòmisjama egzaminacyjnyma.

Centralnô Kòmisjô Egzaminacyjnô
ùl. Józefa Lewartowsczégò 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.edu.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô we Gduńskù
ùl. Na Stokù 49, 80-874 Gduńsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Jawòrznie
ùl. Adama Mickewicza 4, 43-600 Jawòrzno
tel. 32 616 33 99
oke@oke.jawòrzno.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Krakòwie
òs. Szkòłowé 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Łomżë
al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 216 44 95
sekretariat@oke.lomza.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Łodzë
ul. Ksawerégò Praussa 4, 94-203 Łódz
tel. 42 634 91 33
komisja@komisja.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Pòznanim
ul. Grónowô 22, 61-655 Pòznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.pòznan.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Warszawie
pl. Eùropejsczi 3, 00-844 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô we Wrocławiu
ul. Tadeùsza Zelińsczégò 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

# Spisënk zamkłoscë

# 1. Òpisënk egzaminu òsmëklasëstë z matematiczi

## WSTÃP

Matematika je jednym z òbrzészkòwëch egzaminacyjnëch przedmiotów na egzaminie òsmëklasëstë i na maturalnym egzaminie.

Egzamin òsmëklasëstë z matematiczi sprôwdzô, w jaczim stãpniu ùczeń VIII klasë spòdleczny szkòłë spełniwô wëmòdżi, co stoją w programòwim spòdlim òglowégò sztôłceniô dlô pierszich dwùch edukacyjnëch dzélów (klasë I–VIII)[1].

*Infòrmatór* òbjimô przëkładowé zadania egzaminacyjné wëcmanim z rozrzeszënkama i wskôzywô òdniesenia zadaniów do wëmògów programòwégò spòdlégò. Zadania w *Infòrmatorze* nie wëczerpùją wszëtczich tipów zadaniów, jaczé mògą sã nalezc w egaminacyjnym arkùszu. Nie pòkôżą téż wszëtczich wëmògów z matematiczi, co są w programòwim spòdlim. Temù *Infòrmatór* ni mòże bëc jedurną ani nawetka nôpierszą wskôzą do planowaniô ùczebnégò dzejaniô w szkòle. Leno realizacjô wszëtczich wëmògów z programòwégò spòdlégò, tëch òglowëch jak i pòdrobnëch, mòże zagwësnic przënôleżné matematiczné wësztôłcenié ùczniów, w tim jich bëlné przërëchtowanié do egzaminu òsmëklasëstë.

## ZADANIA NA EGZAMINIE

W egzaminacyjnym arkùszu są wëcmanim zamkłé i ôpen zadania. Zakłé zadania to są taczé, w jaczich ùczeń wëbiérô òdpòwiésc z westrzód pòdónëch. W zamkłëch zadaniach nalézą sã m. ji. zadania wielerazowégò wëbiéru, zadania tipù prôwda-falsz i zadania na dobiéranié.

Ôpen zadania to taczé, w jaczich ùczeń sóm ùsôdzô òdpòwiésc. Przez ùcznia wskôzóny rozrzeszënk zadania mùszi pòkôzac tok rozëmòwaniô, òbjëmac mùszebné rechùnczi, przesztôłcenia a wniosczi.

Westrzód òtemkłëch zadaniów nalézą sã téż taczé, jaczé bãdze mógł rozrzeszëc tipòwim spòsobã, a téż taczé, co bãdą brëkòwałë ùżëcégò niestandardowëch szëków rozrzeszeniô. Ùczeń bãdze mùszôł, przë wëzwëskanim swòji wiédzë i ùmiejãtnosców, wëmëslëc i zrealizowac włôsny plan rozrzeszeniô zadania, co mù pòzwòli wëkònac pòlét abò dac òdpòwiésc na pëtanié pòstawioné w zadanim. Tam sam ùczeń bãdze mùszôł przedstawic ùdokaznienié wskôzónëch zanôleżnosców.

Egzaminacyjné zadania bãdą sprôwdzałë niwiznã pòchwôceniô ùmiejãtnosców òpisónëch w pòniższich òglowëch wëmògach w programòwim spòdlim òglowégò sztôłceniô:
- rechùnkowô sprawnota
- wëzwëskanié i twòrzenié wiadła

[1] Zgódno z zapisënkã warënków i spòsobù realizacji programòwégò spòdlégò dzéle XIV–XVII dlô klasów VII i VIII mògą òstac zrealizowóné pò egzaminie òsmëklasëstë, tej ùmiejãtnoscë zapisóné w tëch dzélach nie mdą sprôwdzóné na egzaminie òsmëklasëstë.
Trescë zalécóné do realizacji – òbjãté w dzélach: I pkt 5, II pkt 13–17, IV pkt 13 i 14, V pkt 9, IX pkt 8, X pkt 5 i XI pkt 4 programòwégò spòdlégò dlô klasów IV–VI – bãdą sprôwdzóné na egzaminie òsmëklasëstë.

- wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji
- rozëmòwanié i argùmentacjô.

### Òpisënk egzaminacyjnégò arkùsza

Egzamin òsmëklasëstë z matematiczi dérëje 100 minut[2]. W egzaminacyjnym arkùszu bãdze òd 19 do 23 zadaniów. Wielëna zadaniów i wielëna pónktów mòżebnëch do zwëskaniô za pòsobné ôrtë zadaniów je pòkôzónô niżi w tôflë.

| Ôrt zadaniów | Wielëna zadaniów | Łącznô lëczba pónktów | Ùdzél w wënikù sëmaricznym |
|---|---|---|---|
| zamkłé | 14–16 | 14–16 | ok. 50% |
| ôpen | 5–7 | 14–16 | ok. 50% |
| RAZÃ | 19–23 | 28–32 | 100% |

W egzaminacyjnym arkùszu nôpierwi bãdą wsadzoné zamkłé zadania, a pòtemù – ôpen zadania.

### Zasadë òcenë

#### Zamkłé zadania

1 pkt – pòprawnô òdpòwiésc.

0 pkt – niepòprawnô òdpòwiésc abò ji felënk.

#### Ôpen zadania

Za pòprawny rozrzeszënk ôpen zadaniégò mòże dostac, zanôleżno òd jegò złożonoscë, maksymalno 2, 3 abò 4 pónktë. Za kòżdi pòprawny rozrzeszënk dostôwô sã maksymalną lëczbã pónktów.

Òcena rozrzeszënkù òtemkłégò zadania zanôlégô òd te, jak dalek ùczeń doszedł na stegnie do całownégò rozrzeszënkù. Niżi są pòkôzóné przëkładowé mòdła pónktowaniô rozrzeszënków ôpen zadaniów.

Mòdło pónktowaniô rozrzeszënków zadaniégò, za jaczé mòże dostac nôwëżi 4 pónktë:

4 pkt – fùl rozrzeszënk.

3 pkt – rozrzeszënk, w jaczim òstałë dobëté główné trudnoscë zadaniégò, rozrzeszënk béł doszłi do kùńca, ale bëłë w nim fele (błãdë rechùnkòwé, przëjãcé felnëch rozrzeszënków, itd.)

2 pkt – rozrzeszënk, w jaczim òstałë dobëté główné trudnoscë zadaniégò, ale rozrzeszënk nie béł prowadzony dali abò dali szedł lëchim szpùrã.

[2] Dérowanié egzaminu mòże bëc wëdłużoné w przëtrôfkù ùczniów z ùczbòwnyma brëkòwnoscama, w tim niéfùlsprawnëch, i w przëtrôfkù cëzozemców. Pòdrobnotë są òkresloné w Kòmùnikace Direktora Centralny Kòmisje Egzaminacyjny w sprawie pòdrobnëch spòsobów doszëkòwaniô warënków i fòrmów przeprowadzeniô egzaminu òsmëklasëstë w dónym szkòłowim rokù.

1 pkt – rozrzeszënk, w jaczim béł zrobiony wôżny pòkrok, ale nie bëłë przedërchóné nôwôżniészé trudnoscë zadaniégò.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie bëło wôżnégò pòkrokù.

Mòdło pónktowaniô rozrzeszënku zadaniégò, za jaczé mòże dostac nôwëżi 3 pónktë:

3 pkt – fùl rozrzeszënk.

2 pkt – rozrzeszënk, w jaczim òstałë dobëté główné trudnoscë zadaniégò, ale rozrzeszënk nie béł prowadzony dali abò dali szedł lëchim szpùrã.

1 pkt – rozrzeszënk, w jaczim béł zrobiony wôżny pòkrok, ale nie bëłë przedërchóné nôwôżniészé trudnoscë zadaniégò.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie bëło wôżnégò pòkrokù.

Mòdło pónktowaniô rozrzeszënku zadaniégò, za jaczé mòże dostac nôwëżi 2 pónktë:

2 pkt – fùl rozrzeszënk.

1 pkt – rozrzeszënk, w jaczim béł zrobiony wôżny pòkrok.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie bëło wôżnégò pòkrokù.

# 2. Przëkładowé zadania z rozrzeszënkama

W *Infòrmatorze* dlô kòżdégò zadaniégò je pòdóné:

- wielëna pónktów mòżebnëch do zwëskaniô za jegò rozrzeszënk (pò numrze zadaniégò)
- nôpierszé pòdrobné i òglowé wëmòdżi, jaczé są sprôwdzóné w tim zadanim
- reglë taksowaniô rozrzeszënków zadaniów
- pòprawny rozrzeszënk kòżdégò zamkłégò zadaniégò i przëkładowé rozrzeszënczi kòżdégò ôpen zadaniégò.

## Zadanié 1. (0–1)

Kasza zmerka, że zédżer na scanie w chëczach starczi w kòżdi gòdzënie spòzdzywô sã ò pòsobné 4 minutë. Czej dobrze dzejający zégark Kaszë wskôzywôł 9:00 gòdzënã, dzéwczã ùstawiło na scanowim zégrze tã samã gòdzënã. Òna przëjãła, że w kòżdi wiertel gòdzënie òpòzdzenié je to samò.

**Jaką gòdzënã pòkôże – zgódno z ùdbama Kaszë – scanowi zédżer za 2 gòdzënë i 3 wiertle òd gòdzënë 9:00, żlë mdze zachòwónô dërch ta sama tendencjô spòzdzywaniô? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

**A.** 11:34 **B.** 11:37 **C.** 11:41 **D.** 11:56

**Òglowé wëmòdżi**
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskòmplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno w czãżészich dzejaniach i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w praktiecznëch leżnoscach.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XII. Prakticzné òbrechùnczi. Ùczeń:
3) wëkònywô prosté òbrechùnczi zégrowé na gòdzënach, minutach i sekùndach.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
A

## Zadanié 2. (0–1)

Marta zapisa w systemie rzimsczim sztërë lëczbë: CLXX, CXC, CCLXX i CCL.

**Jakô z nich naléze sã na lëczbòwi òsë nôblëżi lëczbë 200? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

**A.** CLXX **B.** CXC **C.** CCLXX **D.** CCL

**Òglowé wëmòdżi**
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskòmplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno w czãżészich dzejaniach i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w prakticznëch leżnoscach.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
I. Nôtëralné lëczbë w dzesątkòwim ùkładze pòzycyjnym. Ùczeń:
5) lëczbë w òbjimie do 3000 zapisóné w rzimsczim systemie przedstôwiô w dzesątkòwim systemie, a zapisóné w dzesątkòwim systemie przedstôwiô w rzimsczim systemie.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
B

## Zadanié 3. (0–1)

Do trzech tëch samëch statków tëli wlelë wòdë, że w pierszim statkù wòda zajima $\frac{2}{3}$ pòjemnoscë, w drëdżim: $\frac{3}{4}$ pòjemnoscë, a w trzecym: $\frac{5}{7}$ pòjemnoscë negò statkù.

**Òbszacuj prôwdzëwòtã nëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je falsz.**

| | | |
|---|---|---|
| W drëdżim statkù bëło mni wòdë, jak w trzecym statkù. | **P** | **F** |
| W pierszim i drëdżim statkù wëcmanim bëło tëli samò wòdë, jak w trzecym statkù. | **P** | **F** |

**Òglowé wëmòdżi**
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskòmplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno w czãżészich dzejaniach i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w prakticznëch leżnoscach.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
I. Ùłómczi zwëczajné i dzesãtné. Ùczeń:
12) pòrównywô ùłómczi (zwëczajné i dzesãtné)

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
FF

**Zadanié 4. (0–1)**
W kòżdi z dwùch tutów są 32 bómczi: 17 apfelzynowëch, 10 jabkòwëch i 5 pòtrôwnicowëch.

**Dofùluj niżi zdania. Wëbierzë òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama A i B i òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama C i D.**

Do pierszi tutë nót je dotëgòwac **A / B** pòtrôwnicowé bómczi, żebë wszëtczé pòtrôwnicowé bómczi, co w ni są, stanowiłë 25% wszëtczich bómków w ti tuce.

**A.** 3 **B.** 4

Lëczba apfelzynowëch bómków, jaczé nót je wëjąc z drëdżi tutë, żebë westrzód òstónëch w ni bómków bëło 40% apfelzynowëch je **C / D**.

**C.** miészô jak 5 **D.** wikszô jak 5

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w praktycznym kònteksce.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
V. Procentowé òbrechùnczi. Ùczeń:
5) stosëje procentowé òbrechùnczi do rozrzeszeniô problemów w praktycznym kòntekscе, jak téż w przëtrôfkach wielokrotnëch pòdwëżków i òbniżków dóny wiôlgòscë.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
BD

**Zadanié 5. (0–1)**
Za 30 dag pistacjowëch òrzechów zapłacëlë 15,75 zł.

**Òtaksuj prôwdzëwòtą pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je falsz.**

| | | |
|---|---|---|
| Za 40 dag tëch òrzechów przënôlégô zapłacëc 21 zł. | **P** | **F** |
| Priz 1 kg tëch òrzechów je równy 52,50 zł. | **P** | **F** |

**Òglowé wëmòdżi**
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskòmplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno w czãżészich dzejaniach i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w prakticznëch leżnoscach.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
VII. Prostô propòrcjonalnota. Ùczeń:
2) wëznôczô wôrtnotã przëjimóną przez wiôlgòtã wprost propòrcjonalną maklewny propòrcjonalny zanôleżnotë, np. wôrtnotã kùpionégò towaru w zanôleżnoce òd wielënë sztëk towaru, wielënã zbrëkòwónégò paliwa w zanôleżnoce òd przejachónëch kilométrów, lëczbã przeczëtónëch stron w zanôleżnoce òd czasu ji czëtaniégò.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
PP

**Zadanié 6. (0–1)**
**Dofùluj niżi zdania. Wëbierzë òdpòwiésc z westrzód A i B i òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama C i D.**

Wôrtnota wërażeniô $2^3 \cdot 3^2$ je równô **A / B**.

**A.** 36 **B.** 72

Wôrtnota wërażeniô $5^3 - 5^2$ je równô **C / D**.

**C.** 5 **D.** 100

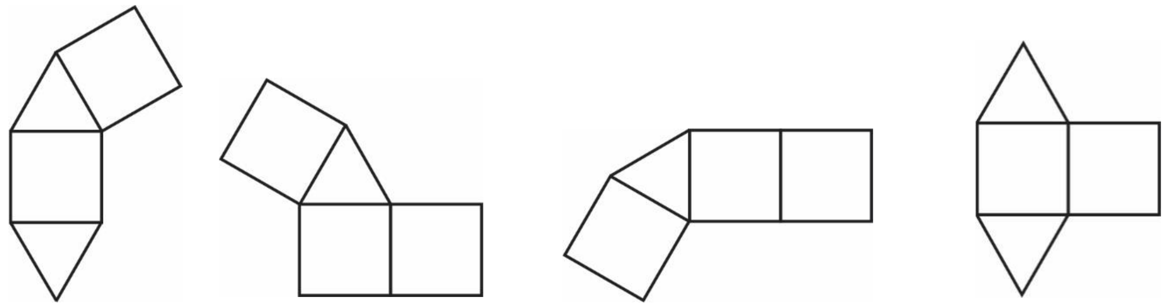
**Òglowé wëmòdżi**
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskòmplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno w czãżészich dzejaniach i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w prakticznëch leżnoscach.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV i VI
II. Dzejania na nôtëralnëch lëczbach. Ùczeń:
10) rechùje kwadratë i szescanë nôtëralnëch lëczbów;
11) stosëje reglë doticzącé pòsobicë czënieniô dzejaniów.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
BD

**Zadanié 7. (0–1)**
Wòjk nacéchòwôł sztërë figùrë zesadzoné z kwadratów i trzënórtów równobòcznych (tak, jak to je na céchùnkù niżi). Żebë z nich dostac satkã graniastosłupa, mô so ùdbóné docéchòwac do kòżdi figùrë jeden kwadrat abò jeden trzënórt.




**Z jaczi figùrë <u>nie dô sã</u> na nen ôrt dostac satczi graniastosłupa? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

**A.** I **B.** II **C.** III **D.** IV

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
1. Ùżiwanié prostëch, dobrze znónëch matematicznëch òbiektów, wëjôsnianié matematicznëch pòchwatów i òperowanié matematicznyma òbiektama.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
X. Brëłë. Ùczeń:
3) rozpòznôwô satczi prostëch graniastosłupów i òstrosłupów.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
C

**Zadanié 8. (0–1)**
**Szmërgómë rôz symetriczną szescenną kòstkã do grë. Jaczé je prôwdopòdobieństwò, że w rzuce tą kòstką wëpadnie lëczba òczków wikszô òd 2, ale miészô òd 6? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

**A.** $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w prakticznym kòntekscе.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
XII. Wprowadzenié do kómbinatoriczi i rechùnkù prôwdopòdobieństwa. Ùczeń:
2) przeprowôdzô prosté kawlowé doswiôdczenia ze szmërganim mònétë, szescenną kòstką do grë, kòstką wieloscenną abò losowanim kùlë z westrzód zestôwkù kùlów, sztanëje nad tim i rechùje prôwdopòdobieństwò zdarzënków w kawlowëch doswiôdczeniach.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
B

## Zadanié 9. (0–1)

Hewò je wërażenié $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$ .

**Czë wôrtnota negò wërażeniô je lëczbą pòdzelną przez 8? Wëbierzë òdpòwiésc J abò N i ji ùdokaznienié z westrzód A, B abò C.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **J** | Jo, | bò | **A.** | kòżdi z wëkładników je niepôrzëstą lëczbą. |
| | | | **B.** | wëkładnik pòtãdżi $2^6$ nie je pòdzelny przez 8. |
| **N** | Nié, | | **C.** | wôrtnotã negò wërażeniô mòże zapisac w pòstacji $8 \cdot 2^3$. |

**Òglowé wëmòdżi**
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
1. Przeprowôdzanié prostégò rozëmòwaniô, pòdôwanié argùmentów ùdokôzniającëch pòprawné rozëmòwanié, rozróżnianié dokazu òd przëkładu.

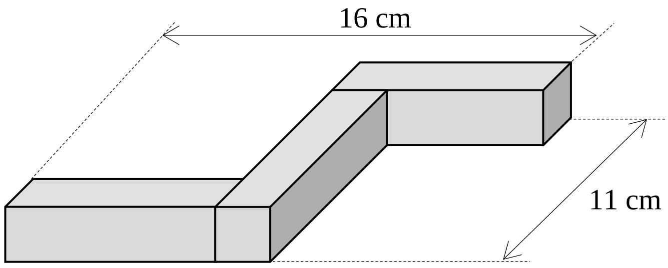
**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
I. Pòtãdżi ò wëmierněch spòdlach. Ùczeń:
2) mnożi i dzeli pòtãdżi ò wëkładnikach całowněch dodatněch.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
JC

## Zadanié 10. (0–1)

Witk mô trzë równé prostopadłoscenné klocczi. W kòżdim z nëch klocków dwie scanë są kwadratama, a pòòstałé sztërë - prostonórtama. Z tëch klocków zbùdowôł òn figùrã, co je na céchùnkù.




**Òtaksuj prôwdzëwòtą pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je falsz.**

| | | |
|---|---|---|
| Dłëgszé kańtë prostopadłoscennégò klocka mają pò 8 cm. | **P** | **F** |
| Òbjãtosc jednégò klocka je równô 72 cm$^3$. | **P** | **F** |

**Òglowé wëmòdżi**
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnk w geòmetrii. Ùczeń:
5) rechùje òbjãtosc i pòle wiéchrzëznë prostopadłoscanu przë dónëch dłużawach kańtów.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
PP

## Zadanié 11. (0–1)

Pòwstôł napitk jak rozpùscëlë 450 ml sokù z wòdą w stosënkù 1 : 10.

**Wiele dostelë napitkù? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

**A.** Wicy jak 4 litrë, ale mni jak 4,5 litra.
**B.** Akùrôtno 4,5 litra.
**C.** Wicy jak 4,5 litra, ale mni jak 5 litrów.
**D.** Akùrôtno 5 litrów.
**E.** Wicy jak 5 litrów.

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
1. Ùżiwanié prostëch, dobrze znónëch matematicznëch òbiektów, wëjôsnianié matematicznëch pòchwatów i òperowanié matematicznyma òbiektama.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
VII. Propòrcjonalnota prostô. Ùczeń:
2) wëznôczô wôrtnotã przëjimóną przez wiôlgòtã wprost propòrcjonalną maklewny propòrcjonalny zanôleżnotë, np. wôrtnotã kùpionégò towaru w zanôleżnoce òd wielënë sztëk towaru, wielënã zbrëkòwónégò paliwa w zanôleżnoce òd przejachónëch kilométrów, lëczbã przeczëtónëch stron w zanôleżnoce òd czasu ji czëtaniégò

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
C

## Zadanié 12. (0–1)
Dóné są trzë wërażenia:
$F = x - (2x + 5)$, $G = 6 - (-3x + 2)$, $H = 5 - (2x + 4)$.

**Skùńczë zdanié. Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

Dlô kòżdi wôrtnotë $x$ prawdzëwô je równosc

**A.** $F + G = H$
**B.** $F + H = G$
**C.** $G + H = F$
**D.** $F + G + H = 0$

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
1. Ùżiwanié prostëch, dobrze znónëch matematicznëch òbiektów, wëjôsnianié matematicznëch pòchwatów i òperowanié matematicznyma òbiektama.

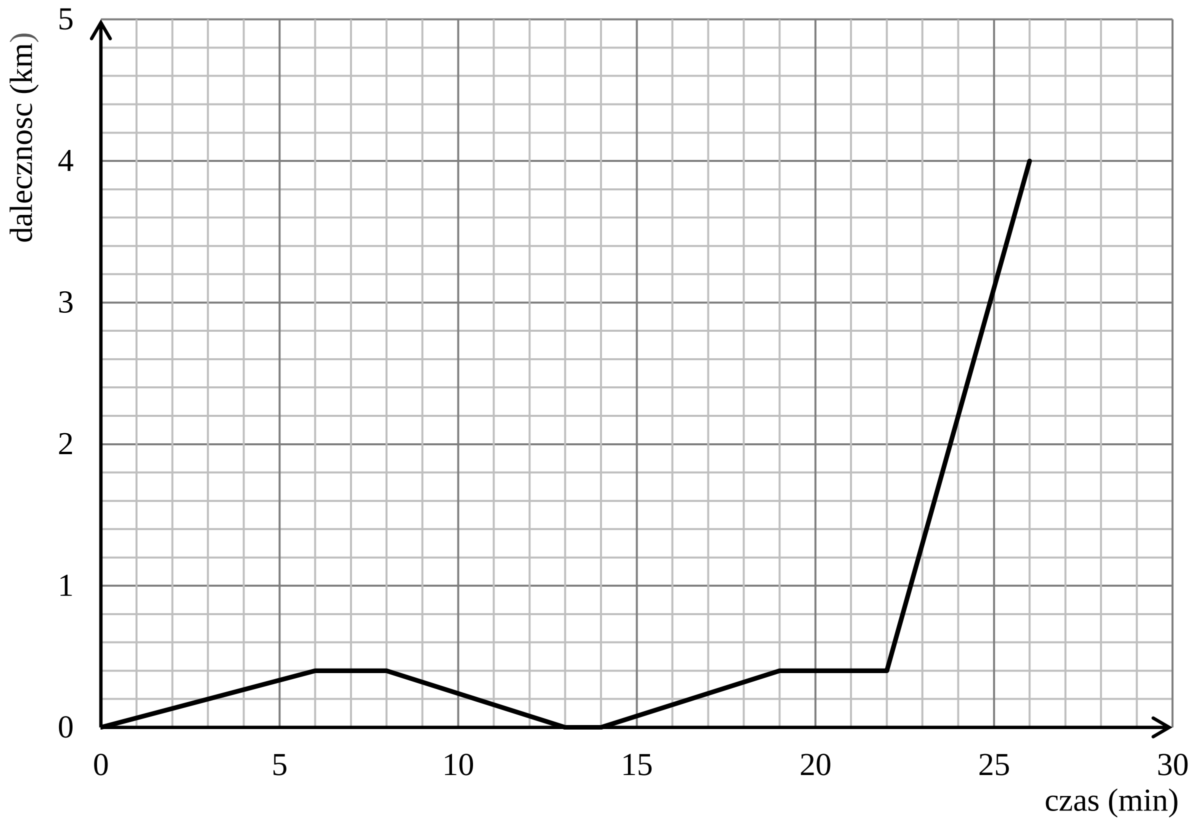
**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
IV. Przesztôłcanié algebrajicznëch wërażeniów. Algebrajiczné sëmë i dzejania na nich. Ùczeń:
2) dodôwô i òdjimô algebrajiczné sëmë, przë tim robi redukcjã szlachùjącëch do se wërazów.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
D

## Wiadła do zadaniów 13. i 14.

Mateùsz mieszkô 4 km òd szkòłë. Dzél drodżi jidze piechti na aùtobùsowi przëstónk. Tam żdaje na aùtobùs, a pòtemù wlôżô do nie i jedze do szkòłë. Rôz, jak béł na przëstónkù, zmerkôł, że zabôcził heft, tej wrócył pò niegò dodóm. Wëkres pòkôzywô, jak tegò dnia zmieniwała sã dłużawa drodżi Mateùsza dodóm w zanôleżnoscë òd czasu.




## Zadanié 13. (0–1)

**Skùńczë zdanié. Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

Òd sztótu, jak Mateùsz nawrócył z przëstónkù dodóm, do sztótu, jak nazôd przëszedł na przëstónk, minãło

**A.** 11 minut. **B.** 13 minut. **C.** 14 minut. **D.** 16 minut.

**Òglowé wëmòdżi**

II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.

1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

**Pòdrobné wëmòdżi**

KLASË VII i VIII

XIII. Òdczëtiwanié dónëch i dzéléczi òpisowi statisticzi. Ùczeń:

1) wëjôsniô dóné przedstawioné za pòmòcą tôbelków, słupkòwëch i kòłowëch diagramów, wëkresów, w tim téż wëkresów w ùkładze współrzãdnëch.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
A

## Zadanié 14. (0–1)

**Òtaksuj prôwdzëwòtã pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je falsz.**

| | | |
|---|---|---|
| Bùdink Mateùsza je 400 m dalek òd aùtobùsowégò przëstónkù. | **P** | **F** |
| Aùtobus jachôł ze strzédną chùtkòscą $54\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. | **P** | **F** |

**Òglowé wëmòdżi**
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
XIII. Òdczëtiwanié dónëch i dzélëczi òpisowi statisticzi. Ùczeń:
1) wëjôsniô dóné przedstawioné za pòmòcą tôbelków, słupkòwëch i kòłowëch diagramów, wëkresów, w tim téż wëkresów w ùkładze współrzãdnëch.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
PP

## Zadanié 15. (0–1)

Zapisónô je sëma 16 jiwernëch skłôdników:

$$\underbrace{2+2+2+\ldots+2}_{\text{16 skłôdników}}$$

**Skùńczë zdanié. Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

Wôrtnota ti sëmë je równô

**A.** $2^4$ **B.** $2^5$ **C.** $2^8$ **D.** $2^{16}$

**Òglowé wëmòdżi**
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
I. Pòtãdżi ò wëmiernëch spòdlach. Ùczeń:
1) zapisywô iloczin jiwernëch czinników w pòstacji pòtãdżi ò całownym dodatnym wëkładnikù.
**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
B

## Zadanié 16. (0–1)

Dóné są sztërë lëczbë: $\sqrt{2}, \sqrt{8}, -\sqrt{10}, -\sqrt{18}$. Sëma trzech z westrzód nich je równô 0.

**Jaką lëczbã przënôlégô òdrzëcëc, żebë òstałë te trzë lëczbë, jaczich sëma bãdze równô 0? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

**A.** $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{8}$ **C.** $-\sqrt{10}$ **D.** $-\sqrt{18}$

**Òglowé wëmòdżi**
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskòmplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno w czãżészich dzejaniach i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w prakticznëch leżnoscach.

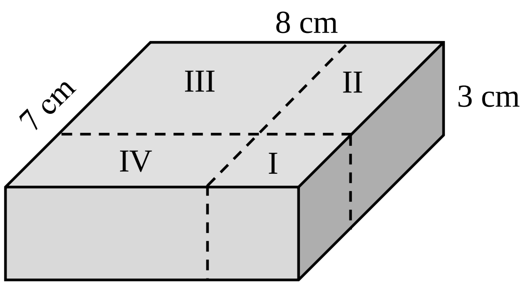
**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
II. Pierwiastczi. Ùczeń:
2) szacëje wiôlgòtã dónégò kwadratowégò abò szescennégò pierwiastka i aritmeticznégò wërażeniô zawiérającégò pierwiastczi.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
C

**Zadanié 17. (0–1)**

Na céchùnkù je widzec prostopadłoscenny klock ò wëmiarach 8 cm, 7 cm i 3 cm i szëk, w jaczi je rozcãti na sztërë dzéle: szescan (I) i trzë prostopadłoscanë (II, III, IV).




**Skùńczë zdanié. Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.**

Òbjãtosc prostopadłoscanu II je równô

**A.** 27 cm$^3$ **B.** 36 cm$^3$ **C.** 45 cm$^3$ **D.** 60 cm$^3$

**Òglowé wëmòdżi**
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
3. Dobiéranié strategii, co wëchôdô z trescë zdaniégò, twòrzenié strategii rozrzeszeniô sprawë, téż w rozrzeszënkach wieleetapòwëch i w taczich, przë jaczich nót je miec ùmiejãtnosc parłãczeniô wiédzë z rozmajitëch dzélów matematiczi.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczeń:
5) rechùje òbjãtosc i pòle wiéchrzëznë prostopadłoscanu przë dónëch dłużawach kańtów.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
B

**Zadanié 18. (0–1)**

Na widzawiszcze mógł dostac normalné bilietë w jiwernym prizu i ùlgòwé bilietë, z jaczich kòżdi kòsztôł ò 50% mni jak normalny. Wastnô Ana za 3 normalné bilietë i 2 ùlgòwé bilietë zapłacëła 120 złotëch. Na to samò widzawiszcze wasta Jack kùpił 2 normalné bilietë i 3 ùlgòwé, a wasta Mark kùpił 2 normalné bilietë i 1 ùlgòwi.

**Dofùluj niżi zdania. Wëbierzë òdpòwiésc westrzód òznaczonëch lëtrama A i B, a téż òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama C i D.**

| | | |
|---|---|---|
| Wasta Jack zapłacył za bilietë **A** / **B**. | **A.** 120 zł | **B.** 105 zł |
| Wastnô Ana zapłacëła za bilietë ò **C** / **D** wicy jak wasta Mark. | **C.** 45 zł | **D.** 30 zł |

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w praktiсznym kònteksce.

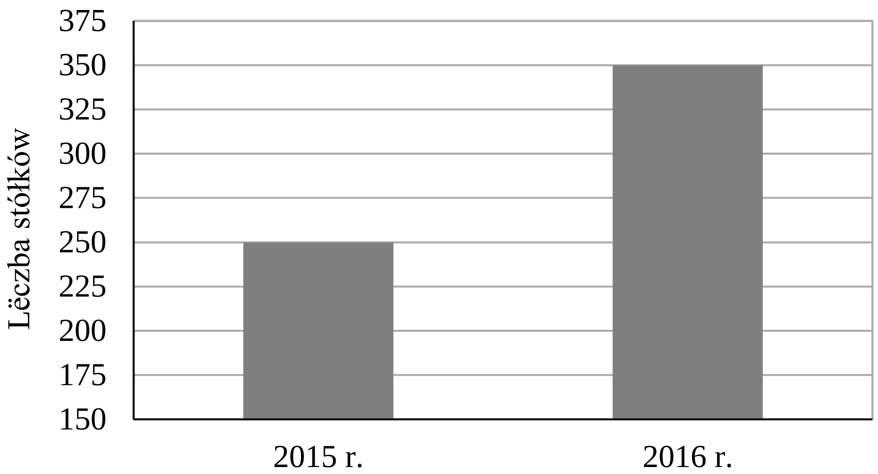
**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
VI. Równania z jedną nieznóną. Ùczeń:
4) rozrzesziwô tekstowé zadania za pòmòcą równaniów pierszégò stãpnia z jedną nieznóną, w tim téż z procentowima òbrechùnkama.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
BC

## Zadanié 19. (0–1)

Na diagramie je widzec wiôlgòtã produkcji stółków w firmie *Mebelix* w 2015 r. i 2016 r.




**Czë lëczba wëprodukòwónëch stółków w rokù 2016 bëła ò 100% wikszò òd lëczbë wëprodukowónëch stółków w rokù 2015? Wëbierzë òdpòwiesc J abò N i ji ùdokaznienié z westrzód A, B abò C.**

<table>
<tr><td rowspan="2">**J**</td><td rowspan="2">Jo,</td><td rowspan="5">bò</td><td>**A.**</td><td>drëdżi słupk na wëkresu je 2 razë wikszi òd pierszégò.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">**B.**</td><td rowspan="2">Lëczba stółków wëprodukòwónëch w 2016 rokù je ò 40% wikszô jak lëczba stółków wëprodukòwónëch w 2015 rokù.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">**N**</td><td rowspan="3">Nié,</td></tr>
<tr><td>**C.**</td><td>w 2016 rokù wëprodukòwelë ò 100 stółków wicy jak w 2015 rokù.</td></tr>
</table>

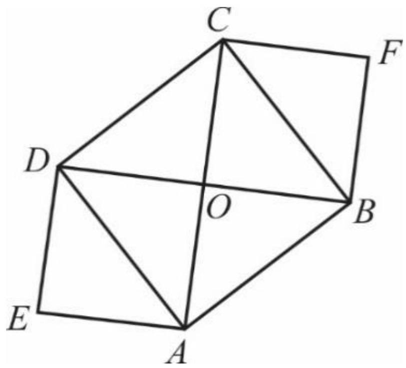
**Òglowé wëmòdżi**
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
1. Przeprowôdzanié prostégò rozëmòwaniô, pòdôwanié argùmentów ùdokôzniającëch pòprawné rozëmòwanié, rozróżnianié dokazu òd przëkładu.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
V. Procentowé òbrechùnczi. Ùczeń:
5) dobiérô procentowé òbrechùnczi do rozrzeszeniô sprawów w prakticznym kòntieksce, téż w przëtrôfkach wielekrotnëch pòdwiżków abò òbniżków dóny wiôlgòtë.
XIII. Òdczëtiwanié dónëch i dzélëczi òpisowi statisticzi. Ùczeń:
1) wëjôsniô dóné przedstawioné za pòmòcą tôbelków, słupkòwëch i kòłowëch diagramów, wëkresów, w tim téż wëkresów w ùkładze współrzãdnëch.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
NB

**Zadanié 20. (0–1)**
Na céchùnkù są przedstawioné kwadratë *ABCD, EAOD* i *BFCO*. Pónkt O je pónktã przecãcégò przekątnëch kwadratu *ABCD*.




**Òtaksuj prôwdzëwòtã pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je falsz.**

| | | |
|---|---|---|
| Pòle kwadratu *ABCD* je równé sëmie pòlów kwadratów *EAOD* i *BFCO*. | **P** | **F** |
| Òbwód kwadratu *ABCD* je równy sëmie dłużawów wszëtczich przekątnëch kwadratów *EAOD* i *BFCO*. | **P** | **F** |

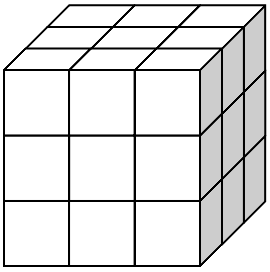
**Òglowé wëmòdżi**
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
IX. Wielenórtë, kòła i òkrãdżi. Ùczeń:
5) znaje nôwôżniészé znanczi kwadratu, prostonórta, rombù, równoległobòkù i trapezu, rozpòznôwô figùrë òsowòsymetriczné i wskôzywô òse symetrii figùrów.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
PP

**Zadanié 21. (0–1)**
Drzéwianą szescenną kòstkã ò kańce dłużawë 30 cm rozcãlë na 27 jiwernëch miészich szescennëch kòstków. Z òsmë taczich môłëch kòstków ùłożëlë nowi szescan.



**Òtaksuj prôwdzëwòtã pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je falsz.**

| | | |
|---|---|---|
| Pòle wiéchrzëznë nowégò szescanu je równé 4800 $cm^2$. | **P** | **F** |
| Òbjãtosc nowégò szescanu je równô 8000 $cm^3$. | **P** | **F** |

**Òglowé wëmòdżi**
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczeń:
5) rechùje òbjãtosc i pòle wiéchrzëznë prostopadłoscanu przë dónëch dłużawach kańtów.

**Reglë taksowaniô**
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

**Rozrzeszënk**
FP

**Zadanié 22. (0–3)**
**W tôblëcë są wëbróné wiadła na témat dwùch ôrtów harbatów, jaczé pije rodzëzna Nowaków.**

| Ôrt òpakùnkù | Zamkłosc pakùnkù | Priz pakùnkù | Wielëna harbatë brëkòwnô do zaparzeniô jedny tasczi wëwaru |
|---|---|---|---|
| harbata w tutkach | 50 tutków | 8,50 zł | 1 tutka |
| harbata sëpnô | 50 g | 5,00 zł | 2 g |

**Rodzëzna ta dzénno wëpijô strzédno 12 tasków harbatë i mô so ùdbóné kùpic mòżlëwie nômni pakùnków harbatë jednégò ôrtu, żebë sygło ji na 30 dni. Òbrechùj kòszt kùpiszu sëpny harbatë i kòszt kùpiszu harbatë w tutkach. Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w prakticznym kònteksce.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XIV. Zadania tekstowé. Ùczeń:
5) do rozrzeszeniô zadaniów òsadzonëch w prakticznym kònteksce stosëje pòznóną wiédzã z òbjimù aritmeticzi i geòmetrii, a téż nabëté rechùnkòwé ùmiejãtnoscë i włôsné bëlné szëczi na to.

**Reglë taksowaniô**
3 pkt – fùl rozrzeszënk.

2 pkt – przedstawienié bëlnégò mòdła òbrechùnkù kòsztu kùpiszu òbù ôrtów harbatë na 30 dni
abò
òbrechùnk kòsztu kùpiszu harbatë w tutkach na 30 dni (68 zł),
abò
òbrechùnk kòsztu kùpiszu harbatë sëpczi na 30 dni (75 zł).

1 pkt – przedstawienié bëlnégò mòdła òbrechùnkù wielënë pakùnków jednégò ôrtu harbatë na 30 dni.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

**Pierszi spòsób**

Harbata w tutkach:

1 dzéń — 12 tutków
30 dni — 360 tutków
W 1 pakùnkù je 50 tutków harbatë.
$360 : 50 = 7{,}2$
Nót je kùpic 8 pakùnków harbatë.
$8 \cdot 8{,}50$ zł $= 68$ zł

Harbata sëpnô:

1 dzéń — 12 · 2 g = 24 g
30 dni — 30 · 24 g = 720 g
W 1 pakùnkù je 50 g harbatë.
720 : 50 = 14 néga 20
Nót je kùpic 15 pakùnków harbatë.
15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za harbatã sëpną 75 zł.

### Drëdżi spòsób

Harbata w tutkach:

12 tutków harbatë sygnie na 1 dzéń
1 pakùnk to 50 tutków – sygnie na 4 dni i òstóną jesz 2 tutczi
6 · 4 dni = 24 dni i 6 · 2 tutczi = 12 tutków (1 dzéń)
Na 25 dni nót je kùpic 6 pakùnków.
Na pòsobné 5 dni nót są jesz 2 pakùnczi.
Na 30 dni nót je kùpic 8 pakùnków.
8 · 8,50 zł = 68 zł

Harbata sëpnô:

1 dzéń — 12 · 2 g = 24 g
1 pakùnk òbjimô 50 g, co sygnie na 2 dni i òstôwô 1 gram
15 pakùnków — 30 dni i jesz òstôwô 15 g
14 pakùnków — 28 dni i 14 g
Felëje 10 g, tej nót je kùpic 15 pakùnków.
15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za harbatã sëpną 75 zł.

### Trzecy spòsób

Harbata w tutkach:

1 dzéń — 12 tutków
30 dni — 360 tutków
360 : 50 = 7 néga 10
Na 30 dni nót je tej kùpic 8 pakùnków.
8 · 8,50 zł = 68 zł

Harbata sëpnô:

1 dzéń — 12 harbatów
30 dni — 360 harbatów
1 dzéń — 12 · 2 g = 24 g
50 g : 2 = 25 g — jeden pakùnk harbatë sëpny sygnie na 25 harbatów
360 : 25 = 14 néga 10
Nót je kùpic 15 pakùnków.
15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za harbatã sëpną 75 zł.

### Czwiôrti spòsób

Harbata w tutkach:

12 tutków nót je na 1 dzéń
$30 \cdot 12 = 360$ — lëczba tutków harbatë brëkòwny na 30 dni
1 pakùnk òbjimô 50 tutków harbatë
$7 \cdot 50 = 350$ tutków harbatë — za mało na 30 dni
$8 \cdot 50 = 400$ tutków harbatë — sygnie na 30 dni
Nót je kùpic 8 pakùnków ti harbatë.
$8 \cdot 8{,}50$ zł = 68 zł

Harbata sëpnô:

1 dzéń — $12 \cdot 2$ g = 24 g
$30 \cdot 24$ g = 720 g — lëczba gramów harbatë brëkòwnô na 30 dni
$14 \cdot 50 = 700$ g — za mało na 30 dni
$15 \cdot 50 = 750$ g — sygnie na 30 dni
Nót je kùpic 15 pakùnków ti harbatë.
$15 \cdot 5$ zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za harbatã sëpną 75 zł.

### Piąti spòsób

Harbata w tutkach:

1 dzéń — 12 tutków
30 dni — 360 tutków
$360 - 50 = 310$ — 1. pakùnk
$310 - 50 = 260$ — 2. pakùnk
$260 - 50 = 210$ — 3. pakùnk
$210 - 50 = 160$ — 4. pakùnk
$160 - 50 = 110$ — 5. pakùnk
$110 - 50 = 60$ — 6. pakùnk
$60 - 50 = 10$ — 7. pakùnk
10 — 8. pakùnk

$8 \cdot 8{,}50$ zł = 68 zł

Harbata sëpnô:

1 dzéń — $12 \cdot 2$ g = 24 g
$30 \cdot 24$ g = 720 g — lëczba gramów harbatë brëkòwnô na 30 dni
$720 - 50 = 670$ — 1. pakùnk
$670 - 50 = 620$ — 2. pakùnk
$620 - 50 = 570$ — 3. pakùnk
$570 - 50 = 520$ — 4. pakùnk
$520 - 50 = 470$ — 5. pakùnk
$470 - 50 = 420$ — 6. pakùnk
$420 - 50 = 370$ — 7. pakùnk
$370 - 50 = 320$ — 8. pakùnk
$320 - 50 = 270$ — 9. pakùnk
$270 - 50 = 220$ — 10. pakùnk
$220 - 50 = 170$ — 11. pakùnk
$170 - 50 = 120$ — 12. pakùnk

120 – 50 = 70 — 13. pakùnk
70 – 50 = 20 — 14. pakùnk
20 — 15. pakùnk

15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za harbatã sëpną 75 zł.

### Szósti spòsób

Harbata w tutkach:
8,50 : 50 = 0,17 zł/1 tutkã
0,17 · 30 · 12 = 61,20 zł
61,20 : 8,50 = 7,2
Na 30 dni nót je kùpic 8 pakùnków.
8 · 8,50 zł = 68 zł

Harbata sëpnô:
5 : 50 = 0,10 zł/1 g
0,10 · 30 · 12 · 2 = 72 zł
72 : 5 = 14,4
Na 30 dni nót je kùpic 15 pakùnków.
15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za harbatã sëpną 75 zł.

## Zadanié 23. (0–2)

**Ùdokaznij, że pierszi dzéń séwnika i pierszi dzéń gòdnika te samégò rokù wëpôdają w nym samim dniu tidzenia.**

**Òglowé wëmòdżi**
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
2. Zmerkanié regùlarnotë, szlachòtë a analogii i ùsadzenié wniosków na jich spòdlim.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XII. Òbrechùnczi prakticzné. Ùczeń:
4) wëkònywô prosté òbrechùnczi kalãdôrzowé na dniach, tidzeniach, miesądzach, latach.

**Reglë taksowaniô**

2 pkt – fùl rozrzeszënk.

1 pkt – scwierdzenié, że òd 1 séwnika do 1 gòdnika mijô 91 dni,
abò
scwierdzenié, że 1 gòdnika trôfiô w nym jistnym dniu tidzenia, co 1 séwnika, w stojiznie, czej ùdokaznienié òpiérô sã na scwierdzenim, że 1 séwnika wëpôdô w maklewnym dniu tidzenia.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

### Pierszi spòsób

| | |
|---|---|
| séwnik | 30 dni |
| rujan | 31 dni |
| lëstopadnik | 30 dni |
| Razã: | 91 dni |

91 : 7 = 13

òd 1 séwnika do 1 gòdnika mijô akùrôtno 13 tidzeni, tej 1 séwnika trôfiô w nym jistnym dniu tidzenia, co 1 gòdnika.

### Drëdżi spòsób

Wezmë na to, że 1 séwnika trôfiô w pòniedzôłk, tej pòsobné pòniedzôłczi to: 8, 15, 22 i 28 séwnika, 5, 12, 19 i 26 rujana, 2, 9, 16, 23 i 30 lëstopadnika, në i 1 gòdnika. Stąd je wiedzec, że 1 séwnika i 1 gòdnika trôfiają w nym jistnym dniu tidzenia. Jiwerno je, czej 1 séwnika trôfiô we wtórk, we strzodã itd. – wiedno 1 gòdnika trôfiô w nym jistnym dniu tidzenia, co 1 séwnika.

**Zadanié 24. (0–3)**

**W ùkładze współrzãdnëch na plaskacëznie są dóné pónktë: $K = (-2, 8)$ i $M = (4, 6)$. Pòdôj współrzãdné pónktu $P$ taczégò, że jeden z trzech pónktów $P, K, M$ je westrzódkã òdcynka ò kùńcach w dwùch pòòstałëch pónktach. Pòdôj wszëtczé mòżnoscë.**

**Òglowé wëmòdżi**

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.

3. Dobiéranié strategii, co wëchôdô z trescë zdaniégò, twòrzenié strategii rozrzeszeniô sprawë, téż w rozrzeszënkach wieleetapòwëch i w taczich, przë jaczich nót je miec ùmiejãtnosc parłãczeniô wiédzë z rozmajitëch dzélów matematiczi

**Pòdrobné wëmòdżi**

KLASË VII i VIII

X. Lëczbòwô òs. Ùkłôd współrzãdnëch na plaskacëznie. Ùczeń:

4) nalôżô westrzódk òdcynka, chtërnégò kùńce mają dóné współrzãdné (całowné abò wëmierné) i nalôżô współrzãdné drëdżégò kùńca òdcynka, czej dóné są jeden kùńc i westrzódk.

**Reglë taksowaniô**

3 pkt – fùl rozrzeszënk.

2 pkt – rozwôżenié wszëtczich mòżnosców pòłożeniô pónktu $P$ i przedstawienié bëlnégò szëkù wëznaczeniô jich współrzãdnëch.

1 pkt – rozwôżenié jedny z mòżnosców pòłożeniô pónktu $P$ i przedstawienié bëlnégò szëkù wëznaczeniô jich współrzãdnëch.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowi fùl rozrzeszënk**

Są trzë mòżnoscë pòłożeniô pónktów $P$, $K$ i $M$.

- Pónkt $P=(x,y)$ je westrzódkã òdcynka $KM$.

  $x=\frac{-2+4}{2}=1 \qquad y=\frac{8+6}{2}=7 \qquad P=(1,7)$

- Pónkt $K$ je westrzódkã òdcynka $PM$, dze $P=(x,y)$.

  $-2=\frac{x+4}{2} \qquad 8=\frac{y+6}{2}$

  $x+4=-4 \qquad y+6=16$

  $x=-8 \qquad y=10 \qquad P=(-8,10)$

- Pónkt $M$ je westrzódkã òdcynka $PK$, dze $P=(x,y)$.

  $4=\frac{x-2}{2} \qquad 6=\frac{y+8}{2}$

  $x-2=8 \qquad y+8=12$

  $x=10 \qquad y=4 \qquad P=(10,4)$

Òdpòwiésc: Pónkt $P$ mòże miec współrzãdné $(1,7)$, $(-8,10)$ abò $(10,4)$.

**Zadanié 25. (0–2)**
**W tôbelce są przedstawioné prizë kùpiszu i sprzedôżë dwùch ôrtów dëtków w kantórze *Pik*.**

| | Kùpisz | Sprzedôż |
|---|---|---|
| 1 dolôr | 4,18 zł | 4,25 zł |
| 1 fùńt britijsczi | 5,10 zł | 5,22 zł |

**Môrcën chce wëtuszowac 400 fùńtów britijsczich na dolarë. W tim célu mùszi nôpierwi wëtuszowac fùńtë na złotówczi, a tej – ne złotówczi na dolarë. Kùli dolarów dostónie Môrcën, żlë tusze dëtków zrobi w kantórze *Pik*? Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XIV. Zadania tekstowé. Ùczeń:
5) do rozrzeszeniô zadaniów òsadzonëch w prakticznym kònteksce stosëje pòznóną wiédzã z òbjimù aritmeticzi i geòmetrii, a téż nabëté rechùnkòwé ùmiejãtnoscë i włôsné bëlné szëczi na to.

**Reglë taksowaniô**
2 pkt – fùl rozrzeszënk.

1 pkt – przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków kwòtë (w złotëch), za jaką kantór kùpił 400 fùńtów britijsczich,
abò
przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków kwòtë (w dolarach), jaką Môrcën dostónie za 1 fùńt britijsczi.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

**Pierszi spòsób**

Kantór kùpiwô òd Môrcëna 400 fùńtów britijsczich kòżdi za 5,10 zł.
$400 \cdot 5{,}10\,\text{zł} = 2040\,\text{zł}$
Kantór sprzedôwô Môrcënowi dolarë kòżdi za 4,25 zł.
2040 : 4,25 = 480
Òdpòwiésc: Za 400 fùńtów britijsczich Môrcën dostónie 480 dolarów.

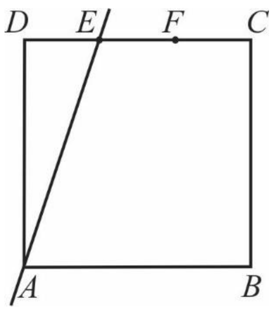
**Drëdżi spòsób**

Kantór kùpiwô òd Môrcëna 1 fùńt britijsczi za 5,10 zł, a sprzedôwô mù dolarë kòżdi pò 4,25 zł.
5,10 : 4,25 = 1,2
Za kòżdégò fùńta Môrcën dostôwô 1,2 dolara.
$400 \cdot 1{,}20 = 480$

Òdpòwiésc: Za 400 fùńtów britijsczich Môrcën dostónie 480 dolarów.

**Zadanié 26. (0–2)**

**Bòk *CD* kwadratu *ABCD* pòdzelony òstôł pónktama *E* i *F* na trzë òdcynczi równy dłużawë. Przez szpëc *A* kwadratu i przez pónkt *E* pòprowadzonô òsta prostô. Pòle trzënórta *AED* wënôszô 24 cm$^2$.**




**Òbrechùj pòle kwadratu *ABCD*. Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
2. Zmerkanié regùlarnotë, szlachòtë a analogii i ùsadzenié wniosków na jich spòdlim.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczeń:
2) rechùje pòla: trzënórta, kwadratu, prostonórta, rombù, równoległobòkù, trapezu, przedstawionëch na céchùnkù i w praktiecznëch stojiznach, w tim téż dlô dónëch brëkùjącëch wëtuszowaniô jednostków i w stojiznach z nietipòwima wëmiarama, np. pòle trzënórta ò bòkù 1 km i wiżawie 1 mm.

**Reglë taksowaniô**
2 pkt – fùl rozrzeszënk.

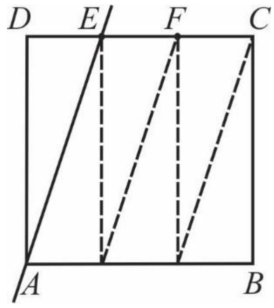
1 pkt – scwierdzenié, że pòle kwadratu je 6 razy wikszé òd pòla trzënórta *AED*,
abò
scwierdzenié, że pòle pòłowë kwadratu je 3 razë wikszé òd pòla trzënórta *AED*,
abò
òbrechùnczi dłużawë jedny z przëprostonórtnëch trzënórta *AED*.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

### Pierszi spòsób

Chcemë zmerkac, że kwadrat *ABCD* mòże pòdzelëc na 6 trzënórtów przëstôwającëch do trzënórta *AED*.

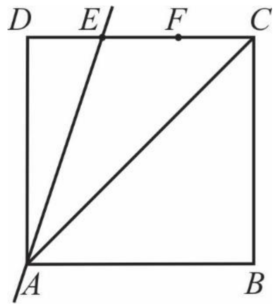



$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$

Òdpòwiésc: Pòle kwadratu *ABCD* je równé 144 $\mathrm{cm}^2$.

### Drëdżi spòsób

Chcemë zmerkac, że trzënórt *AED* mô pòle 3 razë miészé òd pòla pòłowë kwadratu. Je tej 6 razy miészé òd pòla kwadratu *ABCD*.




$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$

Òdpòwiésc: Pòle kwadratu *ABCD* je równé 144 $\mathrm{cm}^2$.

### Trzecy spòsób

Òznaczmë dłużawã bòkù *DE* trzënórta jakno $a$. Tej bòk *DA* trzënórta mô dłużawã $3a$.
Ze wzoru na pòle trzënórta dostôwómë równanié:

$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$

$3a^2 = 48$

$a = 4$

$3a = 3 \cdot 4 = 12$

$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$

Òdpòwiésc: Pòle kwadratu *ABCD* je równé 144 $\mathrm{cm}^2$.

**Zadanié 27. (0–2)**

**W pierszim zbiérnikù bëło sztërëkrotno wicy wòdë jak w drëdżim. Pò wlanim 6 litrów wòdë do kòżdégò z nich, w pierszim je dwa razë wicy wòdë jak w drëdżim. Kùli wòdë je terô w òbù zbiérnikach wëcmanim? Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w praktiсznym kòntieksce.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
VI. Równania z jedną nieznóną. Ùczeń:
4) rozwiązywô zadania tekstowé za pòmòcą równaniów pierszégò stãpnia z jedną nieznóną, w tim téż z procentowima òbrechùnkama.

**Reglë taksowaniô**
2 pkt – fùl rozrzeszënk.

1 pkt – przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnkù pòczątkòwi wielënë wòdë w pierszim zbiérnikù
abò
przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnkù pòczątkowi wielënë wòdë w drëdżim zbiérnikù.
0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

**Pierszi spòsób**

$x$ – pòczątkòwô wielëna wòdë w drëdżim zbiérnikù (w litrach)
$4x$ – pòczątkòwô wielëna wòdë w pierszim zbiérnikù (w litrach)
$4x + 6 = 2(x + 6)$
$4x + 6 = 2x + 12$
$x = 3$
W pierszim zbiérnikù bëło na pòczątkù $4 \cdot 3 = 12$ litrów wòdë, a w drëdżim bëłë 3 litrë.
$12 + 6 = 18$
$3 + 6 = 9$
Pò dolanim:
– w pierszim zbiérnikù je 18 litrów wòdë
– w drëdżim zbiérnikù je 9 litrów wòdë.
$18 + 9 = 27$

Òdpòwiésc: Razã w òbù zbiérnikach je 27 litrów wòdë.

**Drëdżi spòsób**

$x$ – pòczątkòwô wielëna wòdë w pierszim zbiérnikù (w litrach)
$\frac{1}{4}x$ – pòczątkòwô wielëna wòdë w drëdżim zbiérnikù (w litrach)

$$x + 6 = 2\left(\frac{1}{4}x + 6\right)$$

$x + 6 = \frac{1}{2}x + 12$

$\frac{1}{2}x = 6$

$x = 12$

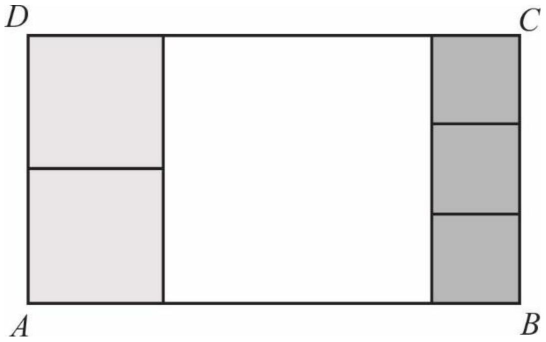
W pierszim zbiérnikù bëło na pòczątkù 12 litrów wòdë, a w drëdżim – $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ litrë.

12 + 6 = 18
3 + 6 = 9
Pò dolanim:
– w pierszim zbiérnikù je 18 litrów wòdë
– w drëdżim zbiérnikù je 9 litrów wòdë.
18 + 9 = 27

Òdpòwiésc: Razã w òbù zbiérnikach je 27 litrów wòdë.

**Zadanié 28. (0–3)**

**Prostonórt *ABCD* je pòdzelony na 6 kwadratów: jeden wiôldżi, dwa strzédné i trzë môłé, jak na céchùnkù.**




**Ùdokaznij, że pòle wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu je wikszé jak pòłowa wiéchrzëznë prostonórta *ABCD*.**

**Òglowé wëmòdżi**

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.

1. Przeprowôdzanié prostégò rozëmòwaniô, pòdôwanié argùmentów ùdokôzniającëch pòprawné rozëmòwanié, rozróżnianié dokazu òd przëkładu.

**Pòdrobné wëmòdżi**

KLASË VII i VIII

III. Twòrzenié algebrajicznëch wërażeniów z jedną i z wiele zmiennyma. Ùczeń:

3) zapisywô zanôleżnoscë przedstawioné w zadaniach w pòstacje algebrajicznëch wërażeniów jedny abò czile zmiennëch.

**Reglë taksowaniô**

3 pkt – fùl rozrzeszënk.

2 pkt – zapisanié pòla prostonórta *ABCD* i pòla wiôldżégò kwadratu za pòmòcą algebrajicznëch wërażeniów òbjimającëch tã jistną zmienną
abò
zapisanié dłużawë bòkù *AB* prostonórta *ABCD* i dłużawë bòkù wiôldżégò kwadratu za pòmòcą algebrajicznëch wërażeniów òbjimającëch tã jistną zmienną,
abò
scwierdzenié, że dwa strzédné kwadratë zajimają pòłowã wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu, a trzë môłé kwadratë zajimają wiéchrzëznã miészą jak pòłowa wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu,
abò
ùdokaznienié bëlnégò szëkù, le z rechùnkòwima felama, że wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

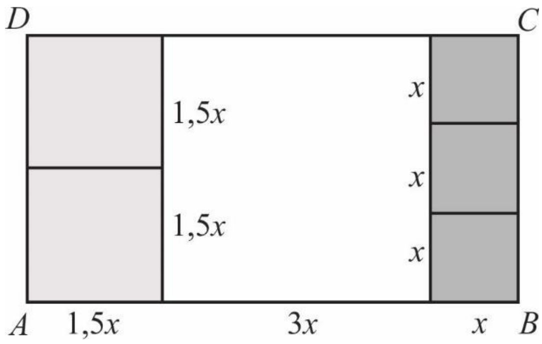
1 pkt – zapisanié zanôleżnoscë midzë dłużawama bòków kwadratów.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

## Pierszi spòsób

Żlë më zacéchùjemë dłużawã môłégò bòkù kwadratu przez $x$, to wiôldżi kwadrat mô bòk dłużawë $3x$, a strzédny mô bòk dłużawë $1{,}5x$.




Pòle prostonórta *ABCD*: $3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1{,}5x)^2 = 16{,}5x^2$

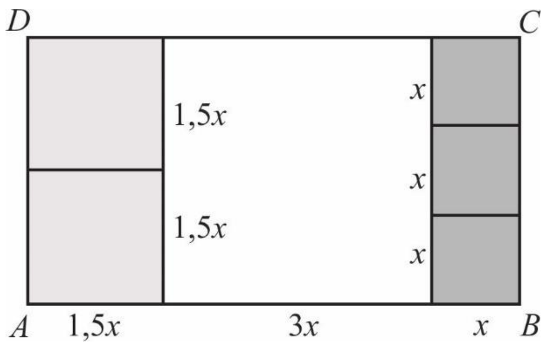
Pòle wiôldżégò kwadratu: $(3x)^2 = 9x^2$

Pòłowa pòla prostonórta *ABCD* to $8{,}25x^2$.

Tej wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

## Drëdżi spòsób

Żlë më zacéchùjemë dłużawã bòkù môłégò kwadratu przez $x$, to wiôldżi kwadrat mô bòk dłużawë $3x$, a strzédny mô bòk dłużawë $1{,}5x$.

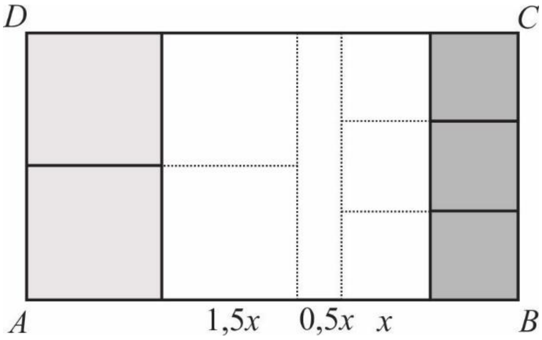



Chcemë òbrechòwac dłużawã òdcynka *AB*, na jaczim je pòstawiony prostonórt *ABCD*:
$1{,}5x + 3x + x = 5{,}5x$.
Pòdzelmë prostonórt *ABCD* na trzë prostonórtë ò ti jistny wiżawie *AD*: pierszi zesadzony z 2 strzédněch kwadratów, drëdżi – wiôldżi kwadrat, a trzecy zesadzony z 3 môłëch kwadratów.
Wiôldżi kwadrat mô bòk dłużawë $3x$.
Pòłowa dłużawë òdcynka *AB* to $2{,}75x$.

$$2{,}75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$$

Tej wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

## Trzecy spòsób




Mùszimë zmerkac, że dwa strzédné kwadratë zajimają pòłowã wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu, a trzë môłé kwadraty zajimają wiéchrzëznã miészą jak pòłowã wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu. Tej wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

## Czwiôrti spòsób

Bòk strzédnégò kwadratu je ò pòłowã mieszi òd bòkù wiôldżégò kwadratu. Temù pòle strzédnégò kwadratu je $\frac{1}{4}$ pòla wiôldżégò kwadratu.

$$P_{Śr} = \frac{1}{4} P_D$$

Bòk môłégò kwadratu je $\frac{1}{3}$ bòkù wiôldżégò kwadratu. Temù pòle môłégò kwadratu je $\frac{1}{9}$ pòla wiôldżégò kwadratu.

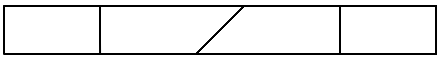
$$P_M = \frac{1}{9} P_D$$

$$2 \cdot P_{Śr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4} P_D + 3 \cdot \frac{1}{9} P_D = \frac{1}{2} P_D + \frac{1}{3} P_D = \frac{5}{6} P_D < P_D$$

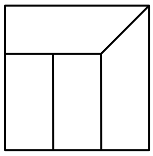
Tej wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

**Zadanié 29. (0–3)**

**Prostonórtny pasyk papióru je pòcãti na sztërë sztëczczi w spòsób pòkôzóny na céchùnkù 1. Z tëch sztëczków ùłożonô je figùra na sztôłt kwadratu tak, jak pòkôzóné je na céchùnkù 2. Pòle tegò kwadratu je równé 36 cm$^2$.**



Céchùnk 1.



Céchùnk 2.

**Òbrechùj òbwód pasyka papióru przed pòcãcym. Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczeń:
2) rechùje pòla: trzënórta, kwadratu, prostonórta, rombù, równoległobòkù, trapezu, pòkôzónëch na céchùnkù i w praktiнаправлёнëch stojiznach, w tim téż dlô dónëch, co brëkùją wëtuszowaniô jednostków i w stojiznach z nietipòwima wëmiarama, np. pòle trzënórta ò bòkù 1 km i wiżawie 1 mm.

**Reglë taksowaniô**
3 pkt – fùl rozrzeszënk.

2 pkt – pòkôzanié bëlnégò szëkù òbrechùnków òbwòdu prostonórta
abò
zrechòwanié wëmiarów prostonórtów i trapezów, z jaczich je zbùdowóny kwadrat (prostonórt: 2 cm × 4 cm, trapez: pòdstawë – 4 cm i 6 cm, wiżawa – 2 cm).

1 pkt – pòkôzanié bëlnégò szëkù òbrechùnków dłużawë bòkù kwadratu.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowi fùl rozrzeszënk**
Bòk kwadratu mô dłużawã $\sqrt{36}$ = 6 (cm). Na tã dłużawã skłôdają sã 3 szérzë pasyka, tej pasyk miôł szérzą 6 : 3 = 2 (cm).
Pòle pasyka je równé pòlu kwadratu, tej dłużawa pasyka, to 36 : 2 = 18 (cm).
Przed pòcãcym pasyk miôł wëmiarë 2 cm × 18 cm.
$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40$ (cm)
Òdpòwiésc: Òbwód pasyka papióru przed pòcãcym béł równy 40 cm.

**Zadanié 30. (0–3)**
**Trzë sąsôdczi sã wëcmanim zafédrowałë w internetowim krómie kawã. Kawa dlô Malënowsczi miała kòsztac 120 zł, a dlô Wisniewsczi i Slëwińsczi – pò 90 zł. Równak przë kùpiszu dostałë rabat i za zafédrowóną kawã zapłacëłë le 260 zł. Kùli dëtków bë mia zapłacëc kòżdô z białków, czejbë ji wpłata bëła propòrcjonalnô do pierwòszny wôrtnotë fédrënkù? Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w praktycznym kònteksce.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
VII. Propòrcjonalnota prostô. Ùczeń:
3) stosëje propòrcjonalny pòdzél.

**Reglë taksowaniô**
3 pkt – fùl rozrzeszënk.

2 pkt – pòkôzanié bëlnégò szëkù òbrechùnków kwòtów, jaczé bë miałë zapłacëc kòżdô z sąsôdków.

1 pkt – pòkôzanié bëlnégò szëkù:

- wëznaczeniô, jaczim pierwòsznym dzélã wôrtnotë fédrënku je kawa zafédrowónô dlô jedny z sąsôdków, np. $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$,
  abò
- wëznaczeniô stosënkù wôrtnotë fédrënków, np. 4 : 3 : 3,
  abò
- wëznaczeniô stosënkù nôleżnotë pò rabace do pierwòszny wôrtnotë fédrënkù, np. $\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$,
  abò
- wëznaczeniô stosënkù rabatu do pierwòszny wôrtnotë fédrënkù, np. $\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

**Pierszi spòsób**

Pierwòsznô wôrtnota fédrënkù to 300 zł.

Kòszt kawë Malënowsczi to $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$ ti kwòtë.

$\frac{4}{10} \cdot 260$ zł = 104 zł — kwòta do zôpłatë przez Malënowską

260 zł – 104 zł = 156 zł — całownô kwòta do zôpłatë przez Wisniewską i Slëwińską

156 : 2 = 78 zł — kwòta do zôpłatë przez kòżdą z białków: Wisniewską i Slëwińską

Òdpòwiésc: Malënowskô bë mia zapłacëc 104 zł, a Wisniewskô i Slëwińskô – pò 78 zł.

### Drëdżi spòsób

4 : 3 : 3 — stosënk pierwòsznëch wôrtnotów fédrënków
4 + 3 + 3 = 10
260 zł : 10 = 26 zł
4 · 26 zł = 104 zł — kwòta do zôpłatë przez Malënowską
3 · 26 zł = 78 zł — kwòta do zôpłatë przez kòżdą z białków: Wisniewską i Slëwińską

Òdpòwiésc: Malënowskô bë mia zapłacëc 104 zł, a Wisniewskô i Slëwińskô – pò 78 zł.

### Trzecy spòsób

$$\frac{260}{300}=\frac{13}{15}$$

Kòżdô białka bë mia zapłacëc $\frac{13}{15}$ pierwòszny wôrtnotë swòjégò fédrënkù.

Malënowskô: $\frac{13}{15}\cdot 120$ zł = 13 · 8 zł = 104 zł

Wisniewskô i Slëwińskô: $\frac{13}{15}\cdot 90$ zł = 13 · 6 zł = 78 zł

Òdpòwiésc: Malënowskô bë mia zapłacëc 104 zł, a Wisniewskô i Slëwińskô – pò 78 zł.

### Czwiôrti spòsób

40 zł – kwòta rabatu

$$\frac{40}{300}=\frac{2}{15}$$

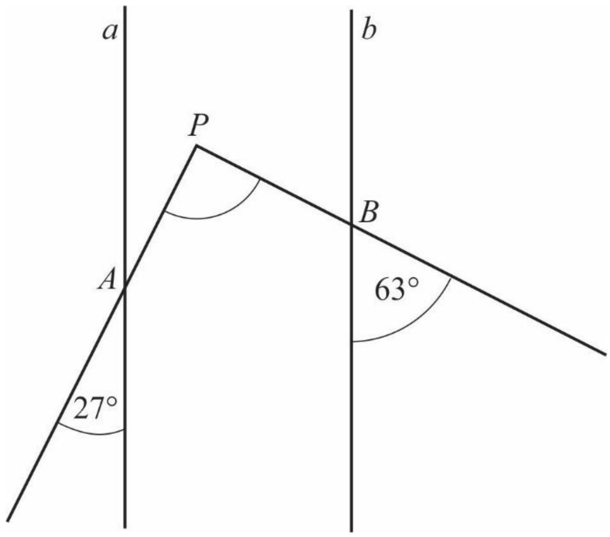
Kòżda białka bë mia zapłacëc ò $\frac{2}{15}$ dëtków mni jak pierwòszno bëło założoné.

Malënowskô: $\frac{2}{15}\cdot 120$ zł = 2 · 8 zł = 16 zł
120 zł – 16 zł = 104 zł

Wisniewskô i Slëwińskô: $\frac{2}{15}\cdot 90$ zł = 2 · 6 zł = 12 zł
90 zł – 12 zł = 78 zł

Òdpòwiésc: Malënowskô bë mia zapłacëc 104 zł, a Wisniewskô i Slëwińskô – pò 78 zł.

**Zadanié 31. (0–2)**
**Prosté *a* i *b* są równoległé.**




**Półprosté *PA* i *PB* przecynają te prosté, bez to twòrzą z nima òstré nórtë ò miarach pòdónëch na céchùnkù. Ùdokaznij, że nórt *APB* je prosti.**

**Òglowé wëmòdżi**
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
1. Przeprowôdzanié prostégò rozëmòwaniô, pòdôwanié argùmentów ùdokôzniającëch pòprawné rozëmòwanié, rozróżnianié dokazu òd przëkładu.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
VIII. Znanczi geòmetricznëch figùrów na plaskacëznie. Ùczeń:
3) korzistô ze znanków prostëch równoległëch, òsoblëwie dobiérô równotã nórtów òdpòwiôdającëch i naprocemległëch.

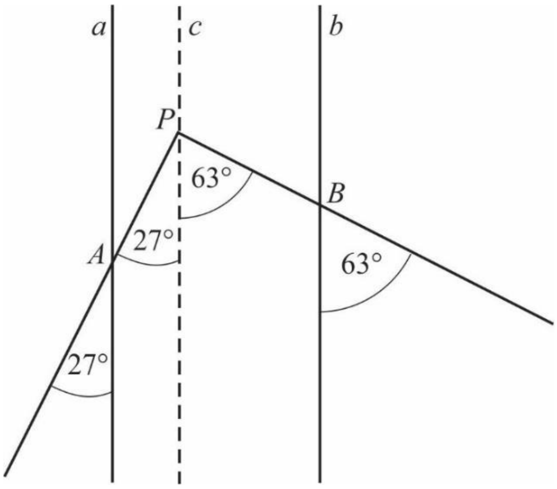
**Reglë taksowaniô**
2 pkt – fùl rozrzeszënk.

1 pkt – pòprowadzenié prosti *c* i zapisanié bëlny miarë nômni jednégò nórta òdpòwiôdającégò do 27° abò 63°
abò
pòprowadzenié prosti *AP* abò *PB* i zapisanié bëlny miarë nórta òdpòwiôdającégò w trzënórce *APC* abò *BPD*,
abò pòprowadzenié prosti *c* i zapisanié bëlny miarë nórtów nômni jednégò z trzënórtów *APC* abò *BPD*,
abò pòprowadzenié prosti *c* i ùstalenié miarów nórtów rozwartëch piãcnórta *ACDBP*,
abò pòprowadzenié prosti *c* i zapisanié bëlnëch miarów nórtów *CAP* i *CBP* sztërënórta.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

**Pierszi spòsób**

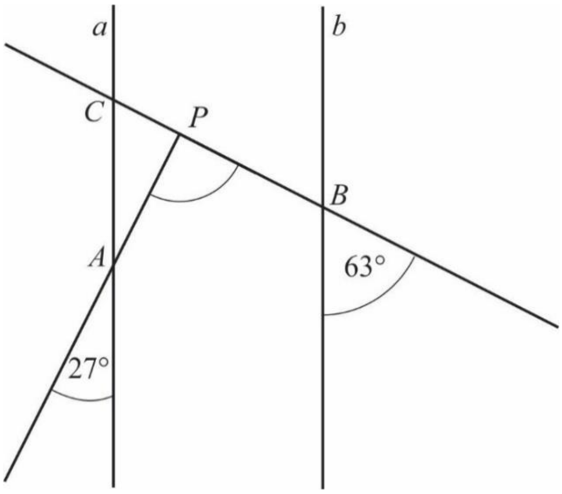


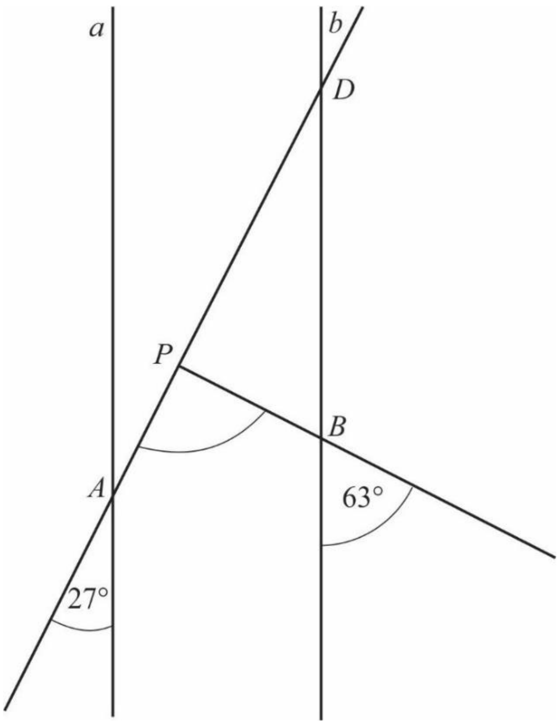

Przez pónkt $P$ prowadzymë prostą $c$ równoległą do $a$ i $b$. Dzeli òna nórt $APB$ na dwa dzéle, z jaczich jeden je nórtã òdpòwiôdającym do 27°, a drëdżi – do 63°, tej

$|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°$.

Nórt $APB$ je nórtã prostim.

**Drëdżi spòsób**




Wëdłużiwómë półprostą $PB$ do przecãcô z prostą $a$ w pónkce $C$ abò półprostą $PA$ do przecãcô z prostą $b$ w pónkce $D$. Ùstaliwómë miarë dwùch nórtów w pòwstałëch trzënórtach $APC$ abò $BPD$. Jeden z nórtów je szpëcowim nórtã, a drëdżi – nórtã òdpòwiôdającym do nórtów òdpòwiednio 63° i 27°.

Rechùjemë miarã trzecégò nórta w pòwstałëch trzënórtach $APC$ abò $BPD$.

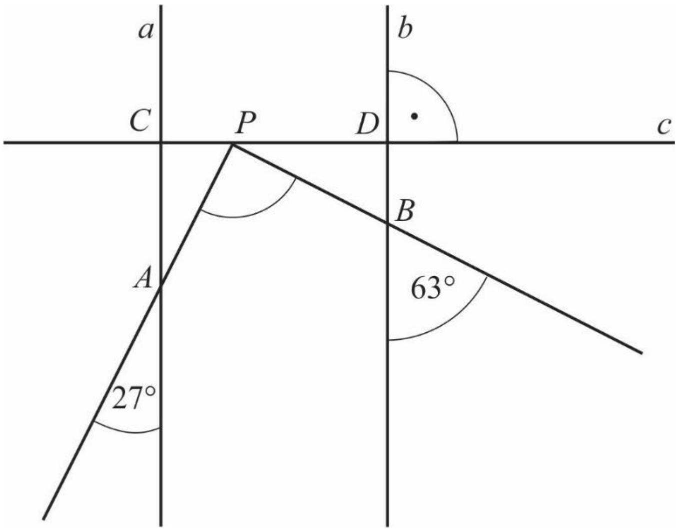
$|\sphericalangle APC| = 180° – (27° + 63°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã przëległim do nórta *APC*, to je nórtã prostim.

$|\sphericalangle BPD| = 180° – (27° + 63°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã przëległim do nórta *BPD*, to je nórtã prostim.

## Trzecy spòsób



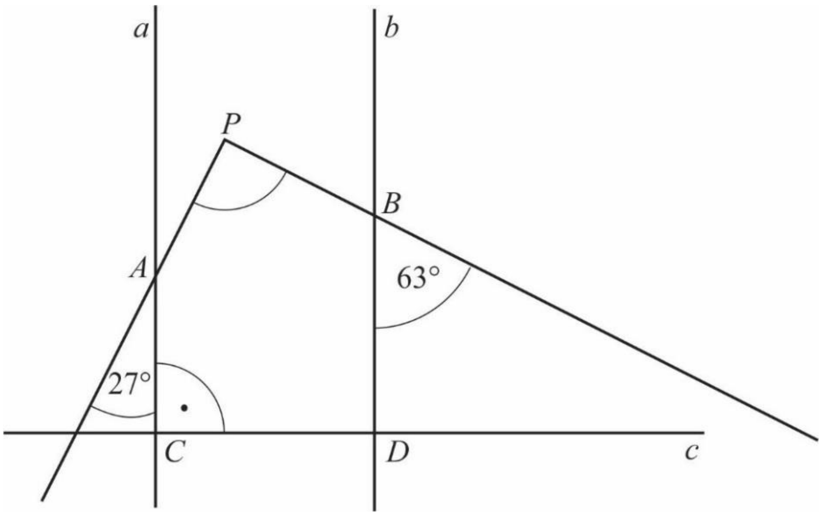

Przez pónkt *P* prowadzymë prostą *c* prostopadłą do *a* i *b*. Wëznôczô òna dwa trzënórtë prostonórtné *APC* i *BPD*. Ùstaliwómë miarë nórtów òstrëch tëch trzënórtów.

$|\sphericalangle CPA| = 90° – 27° = 63°$ oraz $|\sphericalangle BPD| = 90° – 63° = 27°$

$|\sphericalangle APB| = 180° – (27° + 63°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã prostim.

## Czwiôrti spòsób



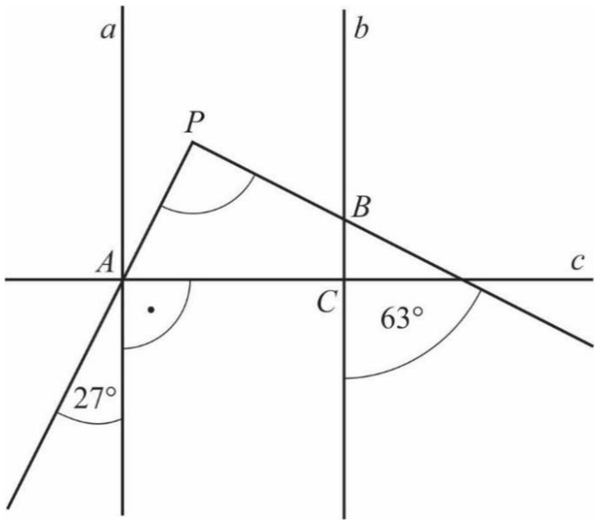
Prowadzymë prostą *c* prostopadłą do *a* i *b* tak, żebë pòwstôł piãcnórt wëpãkłi. Ùstaliwómë miarë nórtów rozwartëch tegò piãcnórta.

$|\sphericalangle CAP| = 180° - 27° = 153°$ i $|\sphericalangle PBD| = 180° - 63° = 117°$

$|\sphericalangle APB| = 540° - (90° + 90° + 117° + 153°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã prostim.

### Piąti spòsób




Przez pónkt *A* prowadzymë prostą *c* prostopadłą do *a* i *b*. Wëznôczô òna sztërënórt *ACBP*. Ùstaliwómë miarë dwùch nórtów sztërënórta.

$|\sphericalangle CBP| = 180° - 63° = 117°$ i $|\sphericalangle CAP| = 90° - 27° = 63°$

$|\sphericalangle APB| = 360° - (90° + 117° + 63°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã prostim.

**Zadanié 32. (0–4)**
**W rëmnikù są niebiesczé, czôrné i zeloné pùczczi. Czarnëch pùczków je ò 20% mni jak niebiesczich, a niebiesczich – ò 6 mni jak zelonëch. Niebiesczich i zelonëch pùczków je wëcmanim ò 48 wicy jak czôrnëch. Kùli je wszëtczich pùczków w tim rëmnikù? Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w praktycznym kòntieksce.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
VI. Równania z jedną nieznóną. Ùczeń:
4) rozrzesziwô tekstowé zadania za pòmòcą równania pierszégò stãpnia z jedną nieznóną, w tim téż z procentowima òbrechùnkama.

**Reglë taksowaniô**
4 pkt – fùl rozrzeszënk.

3 pkt – òbrechòwanié lëczbë pùczków jedny farwë (dobri rozrzeszënk równaniégò zgódnégò z warënkama zadania).

2 pkt – zapisanié pòprawnégò równania z jedną nieznóną òznôczającą lëczbã pùczków wëbróny/dóny farwë.

1 pkt – òpisanié – w zanôleżnoscë òd lëczbë pùczków wëbróny farwë – lëczbë pùczków pòòstałëch dwùch farwów.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

### Pierszi spòsób

$n$ – lëczba niebiesczich pùczków
$0{,}8n$ – lëczba czôrnëch pùczków
$n + 6$ – lëczba zelonëch pùczków

$n + (n + 6) = 0{,}8n + 48$

$2n + 6 = 0{,}8n + 48$

$1{,}2n = 42$

$n = 35$

$0{,}8n = 28$

$n + 6 = 41$
$35 + 28 + 41 = 104$
Òdpòwiésc: W rëmnikù są 104 pùczczi.

### Drëdżi spòsób

$z$ – lëczba zelonëch pùczków
$z - 6$ – lëczba niebiesczich pùczków
$0{,}8(z - 6)$ – lëczba czôrnëch pùczków

$$z + (z - 6) = 0{,}8(z - 6) + 48$$
$$2z - 6 = 0{,}8z - 4{,}8 + 48$$
$$1{,}2z = 49{,}2$$
$$z = 41$$

$$z - 6 = 35$$
$$0{,}8(z - 6) = 28$$
$$35 + 28 + 41 = 104$$

Òdpòwiésc: W rëmnikù są 104 pùczczi.

### Trzecy spòsób

$c$ – lëczba czôrnëch pùczków
$1{,}25c$ – lëczba niebiesczich pùczków
$1{,}25c + 6$ – lëczba zelonëch pùczków

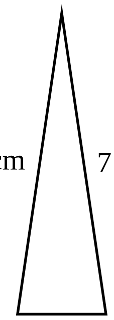
$$1{,}25c + (1{,}25c + 6) = c + 48$$
$$2{,}5c + 6 = c + 48$$
$$1{,}5c = 42$$
$$c = 28$$

$$1{,}25c = 35$$
$$1{,}25c + 6 = 41$$
$$35 + 28 + 41 = 104$$

Òdpòwiésc: W rëmnikù są 104 pùczczi.

## Zadanié 33. (0–4)

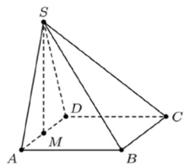
**Trzënórt przedstawiony na céchùnkù je scaną bòczną òstrosłupa prawidłowégò trzënórtnégò.**




**Òbrechùj pòle całowny wiéchrzëznë tegò òstrosłupa. Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
3. Dobiéranié strategii, co wëchôdô z trescë zdaniégò, twòrzenié strategii rozrzeszeniô sprawë, téż w rozrzeszënkach wieleetapòwëch i w taczich, przë jaczich nót je miec ùmiejãtnosc parłãczeniô wiédzë z rozmajitëch dzélów matematiczi.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË VII i VIII
XI. Rëmnô geòmetriô. Ùczeń:
3) rechùje òbjãtoscë i pòla wiéchrzëznë òstrosłupów prawidłowëch i taczich, co nie są prawidłowé ò niwiznie trudnoscë nié wikszi jak w przëkładze:
Prostonórt *ABCD* je spòdlim òstrosłupa *ABCDS*, pónkt *M* je westrzódkã kańtë *AD*, òdcynk *MS* je wiżawą òstrosłupa. Dóné są pòsobné dłużawë kańtów: *AD* = 10 cm, *AS* = 13 cm i *AB* = 20 cm. Òbrechùj òbjãtosc òstrosłupa.




**Reglë taksowaniô**
4 pkt – fùl rozrzeszënk.
3 pkt – przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków pòla wiéchrzëznë spòdlégò òstrosłupa i pòla wiéchrzëznë scanë bòczny òstrosłupa.
2 pkt – przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków pòla wiéchrzëznë spòdlégò òstrosłupa abò pòla wiéchrzëznë scanë bòczny òstrosłupa.
1 pkt – przedstawienie bëlnégò szëkù òbrechùnków wiżawë spòdlégò abò wiżawë scanë bòczny.
0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowi fùl rozrzeszënk**
Spòdlé òstrosłupa je trzënórtã równobòcznym ò bòkù 2 cm.
$h$ – wiżawa trzënórta, co je spòdlim òstrosłupa
$h^2 + 1^2 = 2^2$
$h = \sqrt{3}$ (cm)
Pòle spòdlégò: $P_p = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$ (cm$^2$)

$w$ – wiżawa scanë bòczny òpùszczonô na bòk dłużawë 2 cm
$w^2 + 1^2 = 7^2$
$w^2 = 48$
$w = \sqrt{48}$
$w = 4\sqrt{3}$ (cm)
$P_{sb} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (cm$^2$)
$P_c = P_p + 3 \cdot P_{sb} = \sqrt{3} + 3 \cdot 4\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$
Òdpòwiésc: Pòle całowny wiéchrzëznë tegò òstrosłupa je równé $13\sqrt{3}$ cm$^2$.

**Zadanié 34. (0–2)**

**Ksążëcą jamicã mòże zwiedzëc kòżdégò dnia leno dzesãc karnów, jaczé wchôdają pò jednym w jiwernëch òdstãpach czasu. Pierszé karno rozpòczinô zwiédzanié ò 9:00, a òstatné – ò 16:30. Karno harcerzów przëszło zwiedzëc jamicã ò gòdzënie 13:25. Nômni kùli minut harcerze bãdą żdelë na wéńdzenié do jamicë? Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
3. Dobiéranié strategii, co wëchôdô z trescë zdaniégò, twòrzenié strategii rozrzeszeniô sprawë, téż w rozrzeszënkach wieleetapòwëch i w taczich, przë jaczich nót je miec ùmiejãtnosc parłãczeniô wiédzë z rozmajitëch dzélów matematiczi.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XII. Prakticzné òbrechùnczi. Ùczeń:
3) wëkònywô prosté òbrechùnczi zégrowé na gòdzënach, minutach i sekùndach.

**Reglë taksowaniô**
2 pkt – fùl rozrzeszënk.

1 pkt – przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków czasu zwiédzaniô jamicë.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

**Pierszi spòsób**

Òd gòdzënë 9:00 do 16:30 mijô 7 gòdzyn i 30 minut, to je 450 minut. W tim czãdze je 9 wéńdzeniów do jamicë, tej jedno zwiédzanié dérëje 450 : 9 = 50 minut.

Òd gòdzënë 9:00 do 13:25 je 265 minut, a że 265 = 5 · 50 + 15, tej nôblëższé wéńdzenié bãdze za 50 – 15 = 35 minut.

Òdpòwiésc: Harcerze bãdą mùszelë żdac nômni 35 minut.

**Drëdżi spòsób**

Òd gòdzënë 9:00 do 16:30 mijô 7 gòdzyn i 30 minut, to je 450 minut. W tim czãdze je 9 wéńdzeniów do jamicë, tej jedno zwiédzanié dérëje 450 : 9 = 50 minut.
Pòsobné wéńdzenia do jamicë trôfiają w gòdzënach: 9:00, 9:50, 10:40, 11:30, 12:20, 13:10, 14:00.

Òdpòwiésc: Harcerze bãdą mùszelë żdac nômni 35 minut.

**Zadanié 35. (0–2)**

**Agnieszka zapisa sztërëcyfrową lëczbã pòdzelną przez 7. Sztrichnãła w ti lëczbie cyfrã jednotë i dosta lëczbã 496. Jaką lëczbã sztërëcyfrową zapisa Agnieszka? Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**

II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.

2. Interpretowanié i twòrzenié tekstów ò matematicznym charakterze i graficzné przedstôwianié dónëch.

**Pòdrobné wëmòdżi**

KLASË IV–VI

II. Dzejania na nôtëralnëch lëczbach. Ùczeń:

3) mnożi i dzeli nôtëralną lëczbã przez jednocyfrową lëczbã, dwacyfrową abò trzëcyfrową pisemnym spòsobã, w pamiãcë (w nôprostszich przëkładach) i za pòmòcą kalkùlatora (w czãżészich przëkładach).

**Reglë taksowaniô**

2 pkt – fùl rozrzeszënk.

1 pkt – scwierdzenié, że kòżdi ze skłôdników sëmë 4900 + 6$x$ je pòdzelny przez 7,
abò
zapisanié dzeleniégò pisemnégò bez wskôzaniô wënikù dzejaniô.

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

**Pierszi spòsób**

Lëczbã sztërëcyfrową zapisywómë w pòstacji 496$x$, dze $x$ òznôczô cyfrã jednotë. Lëczba 490 dzesątk je pòdzelnô przez 7. Szukómë lëczbë dwacyfrowi pòdzelny przez 7, jaczi cyfra dzesątk je równô 6. Przez 7 dzeli sã leno lëczba 63.

Òdpòwiésc: Agnieszka zapisała lëczbã 4963.

**Drëdżi spòsób**

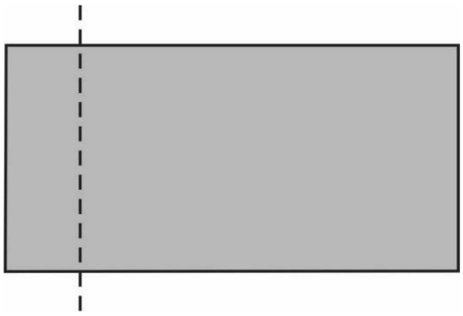
Zapisywómë lëczbã sztërëcyfrową w pòstacji 496$x$, dze $x$ òznôczô cyfrã jednotë i dzelimë jã przez 7.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 7 | 0 | 9 | | |
| 4 | 9 | 6 | $x$ | : | 7 |
| 4 | 9 | | | | |
| | | 6 | $x$ | | |
| | | 6 | $x$ | | |
| | | | 0 | | |

Żebë néga z dzeleniô bëła równô 0, to lëczba dwacyfrowô 6$x$ mùszi bëc pòdzelnô przez 7. Stąd $x$ mùszi bëc równy 3.

Òdpòwiésc: Agnieszka zapisała lëczbã 4963.

**Zadanié 36. (0–3)**
**Prostonórt ò bòkach dłużawë 12 i 6 je pòdzelony na dwa prostonórtë (zdrzë céchùnk).**



**Òbwód jednégò z prostonórtów ùdostónëch w rezultace pòdzélu je 2 razë wikszi òd òbwòdu drëdżégò. Pòdôj wëmiarë prostonórta ò miészim òbwòdze. Zapiszë òbrechùnczi.**

**Òglowé wëmòdżi**
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w prakticznym kòntieksce.

**Pòdrobné wëmòdżi**
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczeń:
1) rechùje òbwód wielenórta ò dónëch dłużawach bòków.

**Reglë taksowaniô**
3 pkt – fùl rozrzeszënk.

2 pkt – zapisanié pòprawnégò równaniô
abò
pòprawné òbrechòwanié òbwòdu miészégò prostonórta
abò
przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków wëmiarów prostonórta ò miészim òbwòdze.

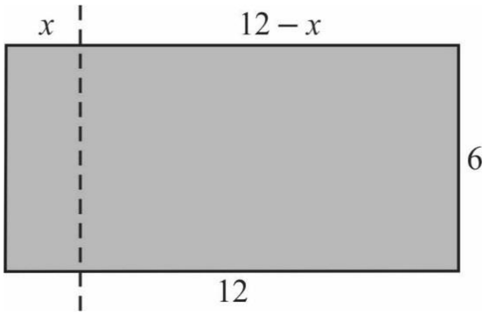
1 pkt – przedstawienié pòprawnégò spòsobù òznaczeniô dłużawë dwùch bòków ùdostónëch prostonórtów
abò
scwierdzenié, że pò przesëniãcym linii pòdzélu sëma òbwòdów ùdostónëch figùrów sã nie zmieni,
abò
zrobienié pòdzélu prostonórta na dwa miészé prostonórtë i òbrechòwanié òbwòdów ùdostónëch figùrów (spòsób prób i błãdów).

0 pkt – rozrzeszënk, w jaczim nie béł zrobiony wôżny pòkrok.

**Przëkładowé fùl rozrzeszënczi**

### Pierszi spòsób

Dzelimë prostonórt na dwa prostonórtë. Dwa bòczi ùdostónëch prostonórtów céchùjemë tak, jak to je pòkôzóné na céchùnkù.




Òbwód miészégò prostonórta je równy $2 \cdot x + 2 \cdot 6 = 2x + 12$

Òbwód wikszégò prostonórta je równy $2 \cdot (12 - x) + 2 \cdot 6 = 36 - 2x$

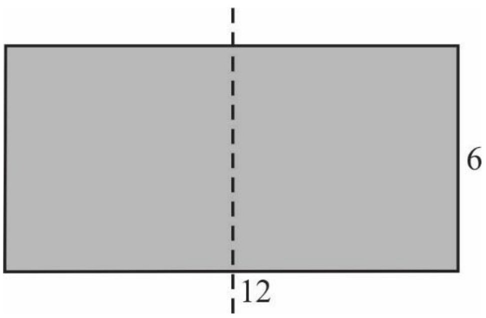
Òbwód jednégò prostonórta je 2 razë wikszi òd òbwòdu drëdżégò, co zapisywómë za pòmòcą równaniô.

$36 - 2x = 2 \cdot (2x + 12)$
$36 - 2x = 4x + 24$
$12 = 6x$
$x = 2$

Òdpòwiésc: Prostonórt ò miészim òbwòdze mô wëmiarë 6 i 2.

### Drëdżi spòsób

Dzelimë prostonórt na 2 kwadratë ò òbwòdach 24.




Sëma òbwòdów kwadratów je równô 48. Nót je zmerkac, że jeżlë przesëniemë liniã pòdzélu, sëma òbwòdów ùdostónëch figùrów sã nie zmieni.

Łączny òbwód szukónëch prostonórtów je równy 48, stosënk tëch òbwòdów je równy 2 : 1.

Tej òbwód miészégò prostonórta je równy $48 : 3 = 16$

Skòrno jeden bòk tegò prostonórta je równy 6, to drëdżi bòk mô dłużawã $\frac{16}{2} - 6 = 2$

Òdpòwiésc: Prostonórt ò miészim òbwòdze mô wëmiarë 6 i 2.

### Trzecy spòsób

Dzelimë prostonórt na 2 kwadratë ò òbwòdach 24.
Przesuwómë liniã pòdzélu i dostôwómë dwa prostonórtë. W kòżdim z nich dłużawa jednégò bòkù zmieniwô sã, a drëdżégò wënôszô 6. Sprôwdzómë, jaczi je ilorôz òbwòdów ùdostónëch prostonórtów.

| wikszi prostonórt | | mieszi prostonórt | | ilorôz òbwòdu wikszégò prostonórta do miészégò |
|---|---|---|---|---|
| dłużawa jednégò bòkù | òbwód | dłużawa jednégò bòkù | òbwód | |
| 8 | 28 | 4 | 20 | $\frac{28}{20} < 2$ |
| 9 | 30 | 3 | 18 | $\frac{30}{18} < 2$ |
| 10 | 32 | 2 | 16 | $\frac{32}{16} = 2$ |
| 11 | 34 | 1 | 14 | $\frac{34}{14} > 2$ |

Òdpòwiésc: Prostonórt ò miészim òbwòdze mô wëmiarë 6 i 2.